

ФИНАНСОВАЯ ЭКОНОМИКА

А. К. Караев¹

Финансовый университет при Правительстве РФ (Москва, Россия)

М. Р. Пинская²

НИФИ Министерства финансов РФ /

Финансовый университет при Правительстве РФ (Москва, Россия)

М. В. Мельничук³

Финансовый университет при Правительстве РФ (Москва, Россия)

336.144.36

doi: 10.55959/MSU0130-0105-6-60-2-1

КРАТКОСРОЧНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НАЛОГОВЫХ ДОХОДОВ БЮДЖЕТОВ: ПРИМЕНЯЕМЫЕ МЕТОДЫ И ИХ РЕЛЕВАНТНОСТЬ ДЛЯ РОССИИ⁴

Статья посвящена выявлению релевантных методов краткосрочного прогнозирования доходов региональных и местных бюджетов для повышения точности прогнозов. Методологическую основу исследования составляет аналитический обзор научных публикаций о способах прогнозирования доходов бюджетов, выявление их отличительных особенностей, ограничений их применения, а также обосновании выбора метода, обеспечивающего высокую точность прогнозирования налоговых доходов субнациональных бюджетов. Аргументировано, что точность прогнозов доходов является важнейшим компонентом экономического планирования правительства, так как позволяет разработать эффективно действующую налогово-бюджетную политику, распределять ресурсы и осуществлять стратегическое финансовое управление. Учитывая, что достижение точного прогноза является сложной задачей, в статье показано, что одним из основных источников ошибок в прогнозировании доходов является выбор ме-

¹ Караев Алан Канаматович — д.т.н., профессор, гл.н.с., Институт исследований социально-экономических трансформаций и финансовой политики, Финансовый университет при Правительстве РФ; e-mail: akkaraev@fa.ru, ORCID: 0000-0002-5120-7816.

² Пинская Миляуша Рашитовна — д.э.н., доцент, руководитель Центра налоговой политики НИФИ Министерства финансов РФ; профессор кафедры налогов и налогового администрирования Факультета аудита, налогов и бизнес-анализа, Финансовый университет при Правительстве РФ; e-mail: MPinskaya@nifi.ru, ORCID: 0000-0001-9328-1224.

³ Мельничук Марина Владимировна — д.э.н., профессор, заведующий Кафедрой английского языка и профессиональной коммуникации, Финансовый университет при Правительстве РФ; e-mail: mvmelnichuk@fa.ru, ORCID: 0000-0002-7720-7443.

⁴ Статья подготовлена по результатам исследований, выполненных за счет бюджетных средств по государственному заданию Финансовому университету при Правительстве РФ.

© Караев Алан Канаматович, 2025 

© Пинская Миляуша Рашитовна, 2025 

© Мельничук Марина Владимировна, 2025 

тогда прогнозировании доходов, в дополнение к множеству политических и институциональных факторов, влияющих на точность прогнозов. На основе компаративного анализа существующих методов прогнозирования отобраны два метода: метод прогнозирования временных рядов (традиционный метод SARMA/SARIMA) и метод прогнозирования на основе дискретного вейвлет-преобразования. Проведена их апробация на данных агрегированных ежемесячных налоговых доходов консолидированных бюджетов субъектов Российской Федерации за период с января 2011 г. по март 2023 г. Выявлено, что метод прогнозирования на основе вейвлет-преобразований по всем показателям превосходит традиционный метод SARMA/SARIMA и позволяет достичь более высокого уровня точности прогнозов ежемесячных агрегированных налоговых доходов консолидированных бюджетов регионов России. Результаты исследования демонстрируют высокий прогнозный потенциал краткосрочных методов прогнозирования с предварительным разложением временных рядов на основе вейвлет-преобразований. Полученные результаты позволяют повысить точность классических методов прогнозирования и тем самым способствуют росту эффективности и результативности бюджетного планирования и прогнозирования.

Ключевые слова: прогнозирование, налоговые доходы, дискретное вейвлет-преобразование, метод SARMA.

Цитировать статью: Караев, А. К., Пинская, М. Р., & Мельничук, М. В. (2025). Краткосрочное прогнозирование налоговых доходов бюджетов: применяемые методы и их релевантность для России. *Вестник Московского университета. Серия 6. Экономика*, 60(2), 3–19. <https://doi.org/10.55959/MSU0130-0105-6-60-2-1>.

A. K. Karaev

Financial University under the Government of the Russian Federation
(Moscow, Russia)

M. R. Pinskaya

Financial Research Institute of the Ministry of Finance
of the Russian Federation / Financial University
under the Government of the Russian Federation (Moscow, Russia)

M. V. Melnichuk

Financial University under the Government of the Russian Federation
(Moscow, Russia)

JEL: C52, C53, E27, E62, H68

SHORT-TERM FORECASTING OF BUDGET TAX REVENUE: METHODS USED AND THEIR RELEVANCE FOR RUSSIA⁵

The article identifies relevant methods of short-term forecasting of regional and local budget revenues to improve the accuracy of forecasts. The methodological basis of the study

⁵ The article is based on the results of the research carried out at the expense of budgetary funds under the state assignment to the Financial University.

is the analytical review of scientific publications on the methods of forecasting budget revenues, identification of their distinctive features, limitations of their application, as well as justification of the choice of the method that provides high accuracy of forecasting tax revenues of subnational budgets. The authors argue that the accuracy of revenue forecasts is the most important component of economic government planning as it enables the development of effective fiscal policy, resource allocation and strategic financial management. Given that achieving an accurate forecast is a complex task, the paper shows that one of the main sources of error in revenue forecasting is the choice of revenue forecasting method, in addition to a variety of political and institutional factors affecting the accuracy of forecasts. Drawing on comparative analysis of existing forecasting methods, the authors select two methods: time series forecasting method (traditional SARMA/SARIMA method) and forecasting method based on discrete wavelet transform. They are tested on the data of aggregated monthly tax revenues of consolidated budgets of the subjects of the Russian Federation for the period from January 2011 to March 2023. It has been revealed that the forecasting method based on wavelet transformations is superior to the traditional SARMA/SARIMA method by all indicators and allows to achieve a higher level of accuracy of forecasts of monthly aggregated tax revenues of consolidated budgets of Russian regions. The findings demonstrate a high forecasting potential of short-term forecasting methods with a preliminary decomposition of time series based on wavelet transformations. The obtained results make it possible to improve the accuracy of classical forecasting methods and thus contribute to the growth of efficiency and effectiveness of budget planning and forecasting.

Keywords: forecasting, tax revenues, discrete wavelet transform, SARMA-method.

To cite this document: Karaev, A. K., Pinskaya, M. R., & Melnichuk, M. V. (2025). Short-term forecasting of budget tax revenue: methods used and their relevance for Russia. *Lomonosov Economics Journal*, 60(2), 3–19. <https://doi.org/10.55959/MSU0130-0105-6-60-2-1>

Введение

Использование современных перспективных технологий прогнозирования налоговых доходов (как и в целом макроэкономического прогнозирования) является важным вкладом в разработку надлежащей макроэкономической политики, не теряющей своей актуальности (Bok et al., 2018). Налоговые доходы и поступления являются существенным фактором планирования налогово-бюджетной политики в краткосрочной и среднесрочной перспективе. В связи с этим ошибки в прогнозах налоговых доходов напрямую влияют на формирование бюджета, а конечным результатом таких ошибок являются вводящие в заблуждение целевые показатели налоговых поступлений, приводящие к неправильному распределению ресурсов — таким, как сокращение расходов на развитие и/или увеличение неподвижного долгового бремени, что, в свою очередь, имеет долгосрочные негативные денежно-кредитные и фискальные последствия. Кроме того, учитывая федеративный характер некоторых стран, в частности, Российской Федерации, любая ошибка прогнозирования федеральных доходов также будет перенесена на субфедеральный

уровень через канал распределения доходов. Возможной причиной этих повторяющихся ошибок может быть использование неподходящего метода прогнозирования на протяжении многих лет. Несмотря на то что в большинстве современных исследований показано значительное улучшение точности финансовых прогнозов, связанное, в частности, с применением алгоритмов машинного обучения в макроэкономических / фискальных задачах (Babii et al., 2021), понимание свойств самой процедуры машинного обучения в том случае, когда они применяются для прогнозирования фискальных/макроэкономических результатов, остается сложной задачей (Zhang et al., 2023).

Каждая страна прогнозирует свои налоговые доходы с учетом своих экономических, социальных и организационных показателей. На сегодняшний день разработано множество методов прогнозирования, которые делятся на теоретические / ортодоксальные методы, статистические методы и методы машинного обучения (Sayeda, 2023). Как правило, эффективность этих методов оценивается на основе следующих показателей: среднеквадратичной ошибки (RMSE); средней абсолютной ошибки (MAE); средней относительной ошибки (MRE); ошибки среднего отклонения (MDE); средней абсолютной ошибки, в процентах (MAPE); коэффициента детерминации; скорректированного коэффициента детерминации. Следует заметить, что при проведении и оценках регрессионного анализа коэффициент детерминации может быть более информативным, чем сами показатели: MAE, MAPE, MSE, RMSE (Chicco et al., 2021). В частности, для модели парной линейной регрессии коэффициент детерминации равен квадрату обычного коэффициента корреляции между зависимой и независимой переменными. Выбор модели прогнозирования проводится с использованием информационных критериев: модели-кандидаты оцениваются в зависимости от максимального правдоподобия и дополнительного условия штрафа (или регуляризации), например, информационный критерий Акаике (AIC), или байесовский информационный критерий (BIC): при этом, чем меньше значение критерия, тем лучше модель.

Статья состоит из разделов. В первом проведен компаративный обзор литературы по проблематике исследования и осуществлен выбор методов, релевантных для прогнозирования налоговых доходов региональных и местных бюджетов Российской Федерации. Во втором разделе дано подробное описание исходных данных о ежемесячных агрегированных налоговых доходах консолидированных бюджетов субъектов Российской Федерации, сформированных из отчетов Федерального казначейства. В третьем разделе представлены результаты апробации выбранных методов, которые продемонстрировали высокую точность прогнозов.

Обзор литературы

Международными экономическими и финансовыми институтами, в частности, МВФ рекомендуется использовать четыре метода прогнозирования налоговых доходов: метод эффективной налоговой ставки; метод предельной налоговой ставки; подход эластичности и регрессионный подход (Firdawss, Karim, 2018; Qasim, Khalid, 2016). В работе (Firdawss, Karim, 2018) для прогнозирования федеральных налоговых доходов в Марокко на 2017 и 2018 гг. применили подход эффективной налоговой ставки (effective tax rate approach, ETR), подход предельной налоговой ставки (marginal tax rate approach, MTR), регрессионный подход и эластичный подход, а в работе (Gumbo, Dhliwayo, 2018) авторы использовали экспоненциальное сглаживание, подход ETR и эластичный подход для прогнозирования поступлений НДС в Зимбабве за 2012 и 2013 гг. Полученные результаты свидетельствуют о том, что подход на основе экспоненциального сглаживания имеет относительно меньшие ошибки прогнозирования. В некоторых исследованиях в прошлом также использовались рекомендованные МВФ регрессионные модели: так, некоторые авторы использовали две регрессионные модели для прогнозирования налоговых поступлений штата Индиана в США (Reed, 1983).

В методах статистического прогнозирования используется статистический подход для прогнозирования будущих значений на основе исторических данных / временных рядов (Sayeda, 2023). Эти методы работают с данными и в них не требуется наличие экономической/фискальной теории. Они подразделяются на подходы на основе одномерной и многомерной методологии. Одномерные подходы включают только одну переменную, в то время как многомерные подходы включают несколько переменных. Так, Гризл и Клеу использовали метод скользящих средних, метод средних изменений, метод линейной регрессии и метод аппроксимации кривой для прогнозирования налоговых поступлений в 28 штатах США и было установлено, что метод аппроксимации кривой дал самый низкий MAPE (Grizzle, Klay, 1994). В работе (Barnard, Dent, 1979) рассмотрена эконометрическая модель налогового прогнозирования персональных доходов в штате Айова с использованием методов ARIMA, а Урутия и др. создали модель ARIMA (0, 1, 0)⁶ для прогнозирования доходов от подоходного налога Филиппин за 2014–2020 гг. (Urrutia et al., 2015). Результаты исследования не выявили существенной разницы между прогнозными и фактическими значениями поступлений от подоходного налога, проверенных с помощью парного Т-критерия.

⁶ ARIMA (p, d, q) — модель авторегрессии с интегрированием и скользящим средним порядков является суммой моделей AR(p) и MA(q), а d — количество дифференцирований исходного временного ряда до достижения его стационарности.

Макананиза на основе ежемесячных данных Южно-Африканской Республики, с января 1995 г. по март 2010 г. удалось спрогнозировать основные виды налогов с использованием моделей ARIMA/SARIMA и Холта-Уинтерса (Holt-Winters) (Makananisa, 2015). Результаты работы указывают на то, что модели SARIMA и Холта-Уинтерса хорошо работают при прогнозировании подоходного налога и НДС, а модель Холта-Уинтерса — при прогнозировании более волатильных налогов: корпоративного подоходного налога и общего налогового дохода.

Стреймикене с соавт. смогли спрогнозировать общий объем налоговых доходов Пакистана за 2017 финансовый год, используя модели ARIMA и векторной авторегрессии (VAR) на основе ежемесячных данных с июля 1985 г. по декабрь 2016 г. (Streimikiene et al., 2018). Результаты показали, что модель ARIMA позволяет лучше прогнозировать налоговые поступления, чем модель VAR. В работе (Ofori et al., 2020) спрогнозировали налог на добавленную стоимость в Гане двумя методами: ARIMA с интервенцией и линейного тренда Холта. Результаты показали, что метод ARIMA с интервенцией превзошел по точности линейную трендовую модель Холта. В работе (Reed, 1983) использовалась методология Бокса-Дженкинса для прогнозирования налоговых поступлений штата Индиана, а в работе (Nandi et al., 2015) применяли методологию Бокса-Дженкинса для прогнозирования общих налоговых поступлений в Бангладеш.

В работе (Cirincione et al., 1999) изучалось влияние выбора метода оценки временных рядов, длины данных и частоты данных на точность прогнозирования и в результате исследования был сделан вывод о том, что модели экспоненциального сглаживания являются наиболее точными. В работе (Krol, 2010) использовали байесовскую векторную авторегрессионную модель (BVAR) для прогнозирования налоговых поступлений в Калифорнии. Модель BVAR превзошла модели VAR и модель на основе случайных блужданий. Байесовский подход к прогнозированию налоговых поступлений применен к доходам бюджета Республики Армения (Петросян и др., 2024). Анализ проводился на квартальных данных суммарных налогов и соответствующих прокси налоговых баз, очищенных от сезонности, что накладывает ограничения для повышения точности краткосрочного прогнозирования. В работе (Greoning et al., 2019) для выявления факторов, влияющих на налоговые поступления компаний в Свазиленде, использовался анализ коинтеграции и было доказано, что комбинированное прогнозирование приводит к незначительному отклонению на один год от прогноза налоговых поступлений компаний. В работе (Molapo et al., 2019) была предпринята попытка спрогнозировать первичные налоговые поступления в Южной Африке с помощью моделей авторегрессионных скользящих средних (ARIMA), экспоненциального сглаживания пространства состояний (ETS) и байесовской векторной авто-

регрессии (BVAR). Результаты, основанные на метрике RMSE, доказали превосходство модели ETS над моделями ARIMA и BVAR.

Наиболее часто применяемые методы машинного обучения — это методы LASSO, RIDGE-регрессия и регрессии эластичной сети (Elastic Net Regression). Метод LASSO (Least Absolute Shrinkage and Selection Operator) используется в качестве регрессионной модели с высоким уровнем мультиколлинеарности переменных (Chan-Lau, 2017) и для автоматического выбора наиболее релевантных предикторов, минимизируя дисперсию. Метод регрессии эластичной сети (Elastic Net Regression) представляет собой выпуклую комбинацию методов RIDGE Regression и LASSO и преодолевает тем самым слабые стороны LASSO и RIDGE регрессий. Лахири и Янг спрогнозировали налоговые доходы штата Нью-Йорк с помощью модели смешанной частоты (MIDAS) с использованием нескольких методов машинного обучения и установили, что повышение с помощью двух динамических факторов, извлеченных из избранного списка ведущих индикаторов Нью-Йорка и США, лучше всего помогло правильно обновить доходы за финансовый год в прямых многоэтапных внебюджетных прогнозах, которые оказались информационно эффективными на 18-месячном горизонте (Lahiri, Yang, 2022). В работе (Ticano et al., 2017) спрогнозировали поступления подоходного налога в Бразилии с использованием гибридной модели на основе генетических алгоритмов (GA) и нейронных сетей (NN) для многоступенчатого прогнозирования собираемости налоговых поступлений. Результаты оказались более точными, чем результаты прогнозов с помощью метода индикаторов, которые были получены в Секретариате Федерального управления доходов Бразилии. Васико и Исмаил применили метод Elastic Net для прогнозирования налоговых поступлений и сравнения ВВП Индии и Индонезии. В соответствии с критерием MSE, метод Elastic Net показал лучшие результаты, чем LASSO и Ridge Regression (Wasiko, Ismail, 2020). В работе (Simonov, Gligorov, 2021) сравнили статистические, машинные и ансамблевые методы для прогнозирования торговых потоков через таможню Республики Северная Македония. Результаты исследования показали, что нейросетевая авторегрессия (NNAR) дает более точные прогнозы, чем статистический и ансамблевый методы. Чанг с соавт. спрогнозировали доходы местных органов власти, и полученные результаты показали, что традиционные методы статистического прогнозирования в целом превосходят алгоритмы машинного обучения; однако один из алгоритмов машинного обучения, алгоритм k-ближайших соседей (KNN) оказался более эффективным в прогнозировании поступлений по налогу на имущество (Chung et al., 2022). В работе (Noor et al., 2022) для прогнозов налоговых поступлений в бюджет Малайзии проверили эффективность разных методов: нейронной сети прямого распространения (FFNN), случайного леса и линейной регрессии. Было установлено, что из сравниваемых методов FFNN достиг наивысшей точности.

Принципиальные положения большинства описанных выше традиционных методов прогнозирования временных рядов связаны с существенным ограничением — предположением о нормальности и стационарности анализируемых временных рядов, которое практически невыполнимо для реальных экономических и финансовых временных рядов, характеризующихся нелинейным и хаотичным поведением, наличием в них существенной шумовой компоненты, сезонностью, внезапными структурными разрывами из-за резких изменений корреляционной зависимости в них и т. д. Однако это ограничение не является принципиальным при проведении вейвлет-анализа, в котором, в отличие от традиционных методов анализа временных рядов, не требуются предположения о нормальности и стационарности временных рядов. Указанный факт имеет весомое значение в анализе совместных изменений нелинейных, нестационарных экономических и финансовых рядов, которые могут взаимодействовать по-разному на различных временных масштабах. В связи с такими несомненными преимуществами в последнее время активно развиваются методы прогнозирования нелинейных нестационарных экономических и финансовых временных рядов на основе вейвлет-преобразований, а также комбинированные методы, включая искусственные нейронные сети (Shaikh et al., 2022), метод опорных векторов (Chi, 2022), сплайны многомерной адаптивной регрессии (Zhang et al., 2016), результаты которых однозначно свидетельствуют о существенном повышении производительности и точности традиционных моделей прогнозирования временных рядов в комбинации с вейвлет-преобразованием.

С учетом приоритетности задачи повышения точности прогнозирования налоговых доходов бюджетов субъектов Российской Федерации и местных бюджетов полагаем, что наиболее релевантными являются традиционный метод SARMA/SARIMA и метод прогнозирования на основе дискретного вейвлет-преобразования. Проведем их сравнительный анализ и апробацию на примере краткосрочного прогнозирования агрегированных ежемесячных налоговых доходов консолидированных бюджетов субъектов Российской Федерации за период с января 2011 г. по март 2023 г.

Сравнение эффективности двух методов прогнозирования проводится на основе численной оценки параметров парной линейной регрессии (когда коэффициент детерминации равен квадрату обычного коэффициента корреляции между зависимой и независимой переменными) между фактической / актуальной и прогнозными значениями переменных, а также коэффициента детерминации (R^2) и скорректированного коэффициента детерминации; выбор модели прогнозирования проводится с использованием следующих информационных критериев: Акаике (AIC) и байесовского информационного критерия (BIC).

Исходные данные и методология исследования

Исходные данные (ежемесячные агрегированные налоговые доходы консолидированных бюджетов субъектов РФ, за период (2013:01÷2023:03)) сформированы из отчетов консолидированных бюджетов субъектов Российской Федерации (Федеральное казначейство).

В работе использована процедура прогнозирования временного ряда на основе дискретных вейвлет-преобразований, которая состоит из четырех этапов:

- предварительной обработки данных временного ряда;
- вейвлет-разложения временного ряда на нескольких масштабах;
- анализа и прогноза компонентов временного ряда после разложения;
- вейвлет-реконструкции.

При этом, прогнозные значения компонентов временного ряда на каждом масштабе рассчитываются на основе техники экстраполяции, а обратное вейвлет-преобразование используется для генерации прогноза всего временного ряда.

Исследование проведено в компьютерной системе MATHEMATICA 13.0, в которой имеется широкий набор программ, необходимых для численной оценки прогнозов как традиционными методами на основе семейства ARMA/ARIMA/SARMA/SARIMA, так и методами прогнозирования на основе вейвлет-преобразований, с использованием техники экстраполяции данных (Wolfram Mathematica).

Для наглядности общая схема этапов сравнительного анализа методов прогнозирования представлена на рис. 1. Как видно из рис. 1, исходный временной ряд из 124 точек разделяется на две части: 100 точек составляют тренировочный набор, а следующие 24 точки — тестовый набор. В соответствии с методом прогнозирования на основе набора обучающих точек проводится оценка прогнозных значений тестовых точек, а далее — сравнение прогнозных значений с фактическими значениями.

Что касается метода прогнозирования на основе дискретных вейвлет-преобразований, то следует иметь в виду, что обычно вейвлет-функция подбирается в зависимости от временных и частотных характеристик анализируемого временного ряда. В связи с этим в данном исследовании в качестве модели, обеспечивающей наиболее высокую точность прогноза для предварительной декомпозиции на основе DWT, было выбрано семейство вейвлет-преобразований *ReverseBiorthogonalSplineWavelet* — биортogonalных парных вейвлетов с компактным носителем, для которых этап разложения и восстановления разделены (Karaev et al., 2022).

Вся процедура прогнозирования на основе вейвлет-преобразований состоит из четырех этапов: предварительной обработки данных временного ряда; вейвлет-разложения; анализа и прогноза компонентов временного

ряда после разложения; вейвлет-реконструкции (Yousefi et al., 2005; Atwood et al., 2012).

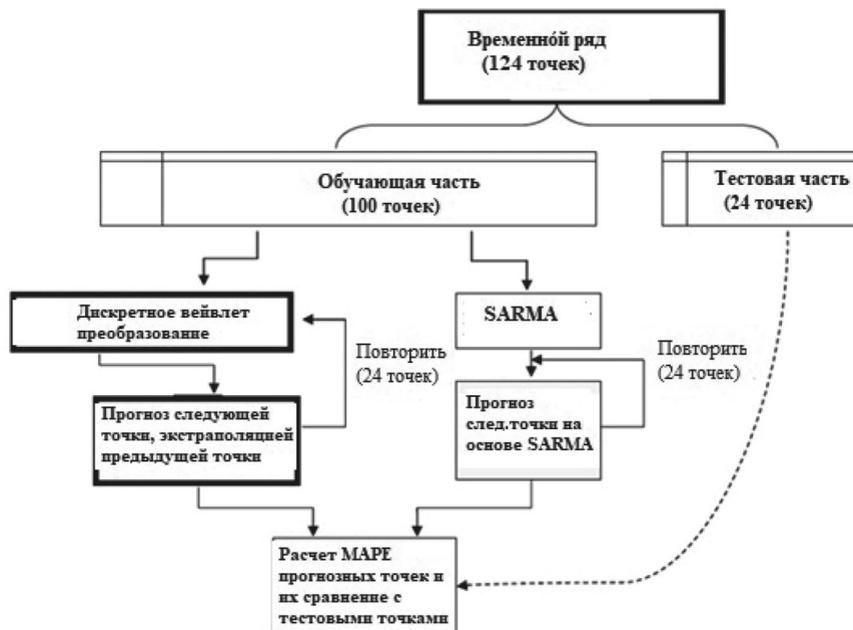


Рис. 1. Блок-схема сравнительного анализа двух методов прогнозирования: на основе традиционного метода SARMA/SARIMA и метода основе дискретных вейвлет-преобразований
Источник: составлено авторами.

Обсуждение результатов

Результаты сравнительного анализа двух методов краткосрочного прогнозирования агрегированных ежемесячных налоговых доходов консолидированных бюджетов субъектов РФ в период с января 2011 г. по март 2023 г. — традиционного метода SARMA/SARIMA и метода прогнозирования на основе дискретного вейвлет-преобразования — показаны на рис. 2 и 3 и представлены в табл. 1.

Выбор модели прогнозирования из семейства ARMA/ARIMA/SARMA/SARIMA.

Для выбора наиболее эффективной модели прогнозирования из семейства ARMA/ARIMA/SARMA/SARIMA на основе временного ряда из набора из 100 тренировочных точек было использовано обращение `ts["CandidateSelectionTable"]`, которое позволило отобрать модель `SARMAProcess[{1,0},{1,0}]12`, исходя из самого низкого значения инфор-

мационного критерия Акаике (AIC). В дальнейшем именно на основе модели $SARMAProcess\{\mathbf{1},\mathbf{0}\},\{\mathbf{1},\mathbf{0}\}_{12}$ проводились оценки прогнозных значений анализируемого временного ряда из набора 100 тренировочных точек.

На рис. 2 показан результат соответствия прогнозных значений (серая пунктирная кривая) фактическим значениям (кривая черного цвета) ежемесячных агрегированных налоговых доходов консолидированных бюджетов субъектов РФ в трлн руб (*вертикальная ось*) за период (2013:01÷2023:03) (*горизонтальная ось*) на основе метода прогнозирования **SARMA**.

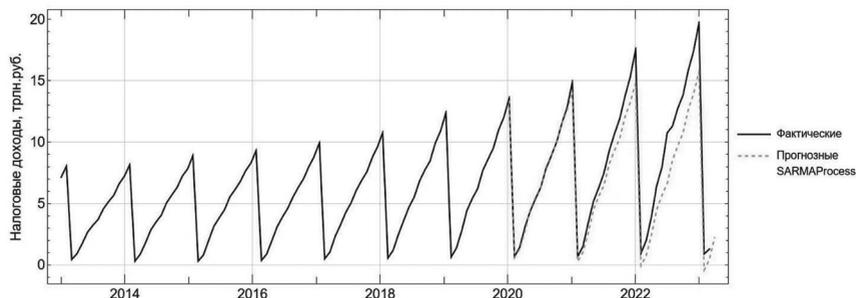


Рис. 2. Динамика фактических (кривая черного цвета) и прогнозных (серая штриховая кривая) значений (трлн руб) ежемесячных агрегированных налоговых доходов консолидированных бюджетов субъектов РФ (2013:01÷2023:03).

Метод прогнозирования **SARMA**

Источник: расчеты авторов.

Выбор модели прогнозирования на основе DWT

Как уже ранее упоминалось, следствием того, что различные типы вейвлетов обладают различными частотно-временными конструкциями, является проблема выбора наилучшего материнского вейвлета (MW) для каждого конкретного применения. В связи с этим в данном исследовании с целью выбора модели, обеспечивающей наиболее высокую точность прогнозов временного ряда, составленного из ежемесячных агрегированных налоговых доходов консолидированных бюджетов субъектов РФ (2013:01÷2023:03) с предварительной декомпозицией на основе DWT, было проведено сравнение моделей прогнозирования на основе материнских вейвлетов 10 вейвлет-семейств (Haar, Daubechies, Coiflets, Symlets, BiorthogonalSpline, ReverseBiorthogonalSpline, Meyer, Shannon, BattleLemarie, Cohen-Daubechies-Feauveau), в результате которого была выбрана модель прогнозирования на основе семейства материнских вейвлетов [**ReverseBiorthogonalSplineWavelet**[8,8],1] с наиболее высокими прогнозными показателями.

На рис. 3 представлен результат соответствия прогнозных значений (серая кривая) фактическим значениям (кривая черного цвета) ежемесяч-

ных агрегированных налоговых доходов консолидированных бюджетов субъектов РФ в трлн руб (*вертикальная ось*) за период (2013:01÷2023:03) (*горизонтальная ось*) на основе метода прогнозирования **ReverseBiorthogonalSplineWavelet[8,8]**.

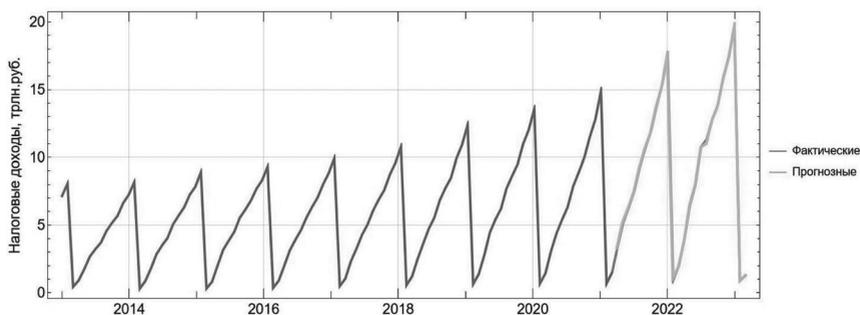


Рис. 3. Динамика прогнозных (серая кривая) и фактических (черная кривая) значений (трлн руб) ежемесячных агрегированных налоговых доходов бюджетов субъектов РФ (2013:01÷2023:03). Метод прогнозирования на основе дискретного вейвлет-преобразования ReverseBiorthogonalSplineWavelet
Источник: расчеты авторов.

В табл. 1 представлены итоговые значения показателей адекватности (Goodness-of-Fit) двух методов прогнозирования ежемесячных налоговых доходов бюджетов субъектов РФ (2013:01÷2023:03) фактическим. Как видно из табл. 1, модель прогнозирования на основе **ReverseBiorthogonalWavelet[8,8]** существенно превосходит модель прогнозирования на основе SARMAProcess $\{1,0\},\{1,0\}_{12}$ по всем показателям. Из табл. 1 следует, что в модели прогнозирования **ReverseBiorthogonalWavelet[8,8]** соответствие фактических и прогнозных значений по показателю $R^2 \sim 0.999793$. Это свидетельствует о том, что прогнозные значения анализируемого временного ряда довольно точно соответствуют фактическим значениям временного ряда, что, в свою очередь, доказывает высокий прогнозный потенциал этого метода прогнозирования.

Таблица 1

**Критерий адекватности двух моделей прогнозирования
ежемесячных налоговых доходов консолидированных бюджетов
субъектов РФ (2013:01÷2023:03)**

Модель прогнозирования	AIC	BIC	Adj-R ²	R ²
SARMAProcess $\{1,0\},\{1,0\}_{12}$	87.4383	90.9725	0.871588	0.877172
[ReverseBiorthogonalWavelet[8,8],1]	-34.1901	-30.6559	0.999407	0.999433

Источник: расчеты авторов.

Вывод

Результат сравнительного анализа методов краткосрочного прогнозирования агрегированных налоговых доходов консолидированных бюджетов регионов РФ (2021:03÷2023:03) однозначно свидетельствует о том, что метод прогнозирования на основе дискретного вейвлет-преобразования семейства ReverseBiorthogonalSplineWavelet [8, 8] в сочетании с техникой экстраполяции содействует более высокому уровню соответствия (корреляции) прогнозных и фактических значений временного ряда и, соответственно, более высокой точности прогнозов по сравнению с традиционным методом прогнозирования SARMAProcess $\{1,0\},\{1,0\}_{12}$.

Заключение

Точность прогнозирования налоговых доходов имеет существенное значение, так как ошибки в прогнозах несут риски при разработке налогово-бюджетной политики, управлении бюджетными средствами, ведут к неправильному таргетированию целевых показателей или дополнительному долговому бремени. Таким образом, вопрос эффективности разработки альтернативных методов прогнозирования налоговых доходов и оценки их результатов является первостепенным. С этой целью в данном исследовании осуществлен выбор релевантных методов прогнозирования налоговых доходов, основанный на аналитическом обзоре литературы, иллюстрирующей результаты, полученные разными исследователями в предыдущие годы. Нами были отобраны два альтернативных метода прогнозирования налоговых агрегированных доходов и построены модели прогнозирования на основе предварительной декомпозиции временного ряда на основе дискретного вейвлет-преобразования (DWT) и модели прогнозирования на основе традиционных статистических методов (ARMA / SARMA / ARIMA / SARIMA). Апробация моделей осуществлена на данных об исполнении консолидированных бюджетов субъектов Российской Федерации за период (2013:01÷2023:03). На основе расчетов была проведена оценка эффективности указанных методов для прогнозирования налоговых доходов бюджетов субъектов Российской Федерации и местных бюджетов. Эффективность этих методов определялась на основе коэффициента детерминации (R^2) и скорректированного (adjusted) коэффициента детерминации, а выбор модели прогнозирования проводился с использованием информационных критериев — модели-кандидаты оценивались в зависимости от максимальной достоверности (правдоподобия) и дополнительного условия штрафа (или регуляризации): информационного критерия Акаике (AIC) и байесовского информационного критерия (BIC).

В работе установлено, что использование метода прогнозирования ежемесячных налоговых доходов консолидированных бюджетов субъек-

тов РФ на основе дискретных вейвлет-преобразований дает более точные прогнозы по сравнению с традиционным методом прогнозирования на основе ARMA / SARMA / ARIMA / SARIMA.

Эмпирические результаты этого исследования будут полезны экспертам в процессе планирования и прогнозирования доходов бюджетов бюджетной системы, а также в управлении денежными средствами в казначействах, учитывая важность краткосрочного прогнозирования ежемесячных налоговых доходов в течение финансового года и с учетом того, что ожидаемый сезонный характер налоговых доходов имеет ключевое значение для мониторинга целевых показателей сбора доходов в течение финансового года.

В дальнейшем планируется провести аналогичный сравнительный анализ методов прогнозирования конкретных видов налогов, таких как налог на доходы физических лиц, налог на прибыль организаций, налог на добавленную стоимость и налог на добычу полезных ископаемых.

Эмпирические результаты настоящего исследования в дальнейшем будут использоваться для разработки комбинированных моделей прогнозирования на основе применения технологий искусственного интеллекта и машинного обучения в совокупности с вейвлет-декомпозицией, что, несомненно, еще больше повысит точность прогнозирования доходов.

Список литературы

Петросян, Г. А., Карапетян, Н. Н., Маргарян, А. А., Соколов, А. Н., Яковлева, И. И., & Вотинов, А. И. (2024). Применение байесовского подхода к прогнозированию налоговых поступлений на примере Республики Армения. *Финансовый журнал*, 16(3), 51–67. <https://doi.org/10.31107/2075-1990-2024-3-51-67>

Федеральное казначейство. (н.д.). *Консолидированные бюджеты субъектов Российской Федерации и бюджетов территориальных государственных внебюджетных фондов*. Дата обращения 09.09.2024, <https://roskazna.gov.ru/ispolnenie-byudzhetrov/konsolidirovannyye-byudzhety-subektov/>

Atwood, B., Haddad, C., Knaust, H., & Merkel, J. (2012). Using Wavelets-Based Time Series Forecasting to Predict Oil Prices. *Wavelets in Undergraduate Education*. <http://math.mscd.edu/metadot/index.pl?iid=2553>

Babii, A., Ghysels, E., & Striaukas, J. (2021). Machine learning time series regressions with an application to nowcasting. *Journal of Business and Economic Statistics*, 40(3), 1094–1106. <https://doi.org/10.1080/07350015.2021.1899933>

Barnard, J. R., & Dent, W. T. (1979). State tax revenues-new methods of forecasting. *The Annals of Regional Science*, 13(3), 1–14. <https://doi.org/10.1007/bf01287742>

Bok, B., Caratelli, D., Giannone, D., Sbordone, A. M., & Tambalotti, A. (2018). Macroeconomic Nowcasting and Forecasting with Big Data. *Annual Review of Economics*, 10(1), 615–643. <https://doi.org/10.1146/annurev-economics-080217-053214>

Chan-Lau, J. A. (2017). Lasso regressions and forecasting models in applied stress testing. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3053191>

Chi, D. (2022). Research on electricity consumption forecasting model based on wavelet transform and multi-layer LSTM model. *Energy Reports*, 8, 220–228. <https://doi.org/10.1016/j.egy.2022.01.169>

Chicco, D., Warrens, M. J., & Jurman, G. (2021). The coefficient of determination R-squared is more informative than SMAPE, MAE, MAPE, MSE and RMSE in regression analysis evaluation. *PeerJ Computer Science*, 7, e623. <https://doi.org/10.7717/peerj-cs.623>

Chung, I. H., Williams, D. W., & Rok, M., DO. (2022). For Better or Worse? Revenue Forecasting with Machine Learning Approaches. *Public Performance & Management Review*, 45(5), 1133–1154. <https://doi.org/10.1080/15309576.2022.2073551>

Cirincione, C., Gurrieri, G. A., & Van De Sande, B. (1999). Municipal Government Revenue Forecasting: Issues of Method and data. *Public Budgeting & Finance*, 19(1), 26–46. <https://doi.org/10.1046/j.0275-1100.1999.01155.x>

Firdawss, T., & Karim, M. (2018). Forecasting Moroccan Tax Revenues: An analysis using international Institutions Methodologies and VECM. *Journal of Economics and Public Finance*, 4(4), 304. <https://doi.org/10.22158/jepf.v4n4p304>

Greoning, E., Zivanomoyo, J., & Tsurai, K. (2019). Determinants of Company Tax Revenue in Swaziland (1990–2015). *Acta Universitatis Danubius: Oeconomica*, 15(5), 7–37.

Grizzle, G. A., & Klay, W. E. (1994). Forecasting State Sales Tax Revenues: Comparing the Accuracy of Different Methods. *State and Local Government Review*, 26 (3), 142–152.

Gumbo, V., & Dhliwayo, L. (2018). VAT Revenue Modelling: The Case of Zimbabwe. Retrieved September 19, 2024, from https://www.researchgate.net/publication/326517998_VAT_revenue_modelling_the_case_of_zimbabwe

Karaev, A. K., Gorlova, O. S., Ponkratov, V. V., Sedova, M. L., Shmigol, N. S., & Vasyunina, M. L. (2022). A comparative analysis of the choice of mother wavelet functions affecting the accuracy of forecasts of daily balances in the Treasury single account. *Economies*, 10(9), 213. <https://doi.org/10.3390/economies10090213>

Krol, R. (2010). Forecasting State Tax Revenue: A Bayesian Vector Autoregression Approach. Retrieved August 30, 2024, from https://www.csun.edu/~hcecn001/published/BVAR_Forecast.pdf

Lahiri, K. & Yang, C. (2022). Boosting tax revenues with mixed-frequency data in the aftermath of COVID-19: The case of New York. *International Journal of Forecasting*, 38(2), 545–566. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2021.10.005>

Makananisa, M. P. (2015). *Forecasting annual tax revenue of the South African taxes using time series Holt-Winters and ARIMA/SARIMA Models*. https://uir.unisa.ac.za/bitstream/10500/19903/1/dissertation_makananisa_mp.pdf

Molapo, M. A., Olaomi, J. O., & Ama, N. O. (2019). Bayesian Vector Auto-Regression Method as an alternative technique for forecasting South African tax revenue. *Southern African Business Review*, 23. <https://doi.org/10.25159/1998-8125/4416>

Nandi, B. K., Chaudhury, M., & Hasan, G. Q. (2015). Univariate Time Series Forecasting: A study on monthly tax revenue of Bangladesh. *East West Journal of Business and Social Studies*, 4, 1–28. <https://doi.org/10.70527/ewjbs.v4i.113>

Noor, N., Sarlan, A., & Aziz, N. (2022). *Revenue Prediction for Malaysian Federal Government Using Machine Learning Technique*. (p. 143–148). <https://doi.org/10.1145/3524304.3524337>

Ofori, M. S., Fumey, A., & Nketiah-Amponsah, E. (2020). Forecasting Value Added Tax Revenue in Ghana. *Journal of Economics and Financial Analysis*, 4(2), 63–99. <https://doi.org/10.1991/jefa.v4i2.a37>

Qasim, M., & Khalid, M. (2016). Accuracy of revenue forecast: Analysis of Pakistan's federal revenue receipts. *Forman Journal of Economic Studies*, 12, 41–56. <https://doi.org/10.32368/fjes.20161203>

Reed, D.A. (1983). *A Simultaneous Equation Tax Revenue Forecasting Model for the State of Indiana*. Indiana: University. Retrieved August 30, 2024, from <https://file.pide.org.pk/pdfpideresearch/wp-23-12-federal-tax-revenue-forecasting-of-pakistan-alternative-approaches.pdf>

Shaikh, W. A., Shah, S. F., Pandhiani, S. M., & Solangi, M. A. (2022). Wavelet Decomposition Impacts on Traditional Forecasting Time Series Models. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 130(3), 1517–1532. <https://doi.org/10.32604/cmescs.2022.017822>

Simonov, J., & Gligorov, Z. (2021). Customs Revenues Prediction Using Ensemble Methods (Statistical Modelling vs Machine Learning). *World Customs Journal*, 15(2). <https://doi.org/10.55596/001c.116452>

Streimikiene, D., Ahmed, R. R., Vveinhardt, J., Ghauri, S. P., & Zahid, S. (2018). Forecasting tax revenues using time series techniques — a case of Pakistan. *Economic Research-Ekonomska Istraživanja*, 31(1), 722–754. <https://doi.org/10.1080/1331677x.2018.1442236>

Sayed, U. B. (2023). Federal Tax Revenue Forecasting of Pakistan: Alternative Approaches. *PIDE-Working Papers 12*, Pakistan Institute of Development Economics. Retrieved July 6, 2024, from <https://ideas.repec.org/p/pid/wpaper/202312.html>

Ticona, W., Figueiredo, K., & Vellasco, M. (2017). *Hybrid model based on genetic algorithms and neural networks to forecast tax collection: Application using endogenous and exogenous variables* (p. 1–4). <https://doi.org/10.1109/intercon.2017.8079660>

Urrutia, J. D., Mingo, F. L. T., & Balmaceda, C. N. M. (2015). Forecasting income tax revenue of the philippines using autoregressive integrated moving average (ARIMA) Modeling: A time series analysis. [Dataset]. *Figshare*. <https://doi.org/10.6084/m9.figshare.1469539>

Waciko, K. J., & Ismail, B. (2020). Performance of Shrinkage Methods for Forecasting GDP. *International Journal of Advanced Science and Technologie*, 29(5), 7792–7799.

Wolfram Mathematica. Wolfram Language Documentation Center. (n.d.). ArrayPad. Retrieved July 6, 2024, from <https://reference.wolfram.com/language/ref/ArrayPad.html?q=ArrayPad>

Yousefi, S., Weinreich, I., & Reinartz, D. (2005). Wavelet-based prediction of oil prices. *Chaos, Solitons and Fractals*, 25(2), 265–275. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2004.11.015>

Zhang, X., Kim, D., & Wang, Y. (2016). Jump Variation Estimation with Noisy High Frequency Financial Data via Wavelets. *Econometrics*, 4(3), 34. <https://doi.org/10.3390/econometrics4030034>

Zhang, Q., Ni, H., & Xu, H. (2023). Nowcasting Chinese GDP in a data-rich environment: Lessons from machine learning algorithms. *Economic Modelling*, 122, 106204. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2023.106204>

Translation of references in Russian into English

Petrosyan, G.A., Karapetyan, N.N., Margaryan, A.A., Sokolov, A.N., Yakovleva I.I., & Votinov A.I. (2024). Bayesian Approach to Forecasting Aggregate Taxes of the Republic of Armenia. *Financial Journal*, 16(3), 51-67. <https://doi.org/10.31107/2075-1990-2024-3-51-67>.

Federal Treasury (n.d.). *Consolidated budgets of the constituent entities of the Russian Federation and budgets of territorial state extra-budgetary funds*. Retrieved September 26, 2024, from <https://roskazna.gov.ru/ispolnenie-byudzhetrov/konsolidirovannyye-byudzhety-subektov/>>