

ФИНАНСОВАЯ ЭКОНОМИКА

Д. А. Герцекович¹

Иркутский государственный университет (Иркутск, Россия)

Е. Ю. Бунеева²

Иркутский национальный исследовательский
технический университет (Иркутск, Россия)

Т. Д. Константинова³

Иркутский государственный университет (Иркутск, Россия)

Я. К. Паленная⁴

Иркутский государственный университет (Иркутск, Россия)

УДК: 336.76:51

ПРИНЦИП СКОЛЬЗЯЩЕЙ ВЕРИФИКАЦИИ КАК ОСНОВА ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ БАЗОВЫХ КРИТЕРИЕВ ПОРТФЕЛЬНОГО АНАЛИЗА

Статья посвящена инвестиционному анализу, одним из наиболее актуальных и востребованных методов которого являются портфельные методы. В традиционной постановке теории портфеля подразумевается, что базовые критерии портфельной теории, такие как ожидаемая доходность и уровень риска, для всех рассматриваемых финансовых инструментов рассчитываются по историческим данным одинаковой длины и остаются неизменными на протяжении всего времени эксплуатации модели. Предлагаемый авторами подход представляет собой модификацию модели Г. Марковица, суть которой заключается в том, что для вычисления ожидаемой доходности и уровня риска для каждого анализируемого финансового инструмента отыскивается своя оптимальная (уникальная) длина обучающей выборки. Поиск экстремума целевой функции осуществляется методом полного перебора (цикловая оптимизация), что обеспечивает достижение глобального экстремума критерия оптимизации при ограничении на предельно допустимый уровень риска. Величина выборки подбирается по двум критериям качества, в основу которых положена точность вырабатываемых про-

¹ Герцекович Давид Арташевич — к.э.н., доцент, Иркутский государственный университет; e-mail: davidgerc@yahoo.com, ORCID: 0000-0003-2544-8656.

² Бунеева Евгения Юрьевна — к.э.н., доцент, Иркутский национальный исследовательский технический университет; e-mail: eugorbachevskaya@mail.ru, ORCID: 0000-0001-7017-7272.

³ Константинова Татьяна Дмитриевна — студент, Иркутский государственный университет; e-mail: tanyu.konstantinova.2014@mail.ru, ORCID: 0000-0002-6288-0248.

⁴ Паленная Яна Константиновна — студент, Иркутский государственный университет; e-mail: sagelie@yandex.ru, ORCID: 0000-0002-5933-6081.

гнозов, а именно: 1) из условия минимума суммы квадратов отклонений прогнозных значений ожидаемой доходности, от ее реальных значений; 2) из условия максимизации таких результатов прогнозов, когда ожидания инвестора оправдались и при минимуме результатов, когда реальная доходность оказалась меньше предполагаемой. Селекция оптимальной длины обучающей выборки осуществляется по принципу скользящей верификации на независимом материале. Изложенная процедура апробирована на реальных примерах: прогноза доходности фондового рынка США и прогнозе урожайности основных сельскохозяйственных культур Российской Федерации. Изложенный алгоритм, положенный в основу синтеза широко диверсифицированных портфелей, позволяет значительно повысить эффективность принимаемых инвестиционных решений, чему способствует учет особенностей как изучаемых рынков, так и соответствующих финансовых инструментов.

Ключевые слова: доходность, риск, теория портфеля, идентификация, скользящая верификация, модель Марковица, инвестиционные стратегии, принятие решений.

Цитировать статью: Герцекович, Д. А., Бунеева, Е. Ю., Константинова, Т. Д. & Паленная, Я. К. (2022). Принцип скользящей верификации как основа для идентификации базовых критериев портфельного анализа. *Вестник Московского университета. Серия 6. Экономика*, (2), 94–109. <https://doi.org/10.38050/01300105202225>.

D. A. Gertsekovich

Irkutsk State University (Irkutsk, Russia)

E. Yu. Buneeva

Irkutsk National Research Technical University (Irkutsk, Russia)

T. D. Konstantinova

Irkutsk State University (Irkutsk, Russia)

Ia.K. Palennaia

Irkutsk State University (Irkutsk, Russia)

JEL: G11, G17

THE PRINCIPLE OF SLIDING VERIFICATION AS A BASIS FOR IDENTIFICATION OF THE ESSENTIAL CRITERIA OF THE PORTFOLIO ANALYSIS

This article provides the investment analysis, with the portfolio method being one of the foremost instruments. The traditional portfolio theory implies that its essential criteria such as expected return and risk rate for all considered financial instruments are estimated from the historical data of equal length and are invariant throughout the usage period of the model. The authors suggest the approach which is a development of the Markowitz model. The point being, to estimate the expected return and the risk rate for each financial instrument in focus, an effective (own) learning sample is determined. The extremum seeking for the target function is performed through the method of full enumeration (cycle optimization) which

provides the global extremum of the optimization criterion with restriction to the maximum permissible risk level. The sample size is tried upon two quality criteria considering accuracy of forecasts, namely: 1) the minimum condition of the sum of squared deviations of the projected values for the expected return, real values, 2) the maximization of the predicted forecasts when the investor expectations are met, with the minimal results when the real return appeared lower than the predicted one. The selection of the learning sample optimal length is performed on the principle of sliding verification of independent material. The described procedure is tested on realistic examples: the US stock market return forecast and staple crop yield gain forecast in the Russian Federation. The suggested algorithm underlying the synthesis of extensively diversified portfolios improves investment problem solving effectiveness with contribution of considerations of both the markets in focus and the suitable financial instruments.

Keywords: return, risk, portfolio theory, identification, sliding verification, Markowitz model, investment strategies, decision-making.

To cite this document: Gertsekovich, D. A., Buneeva, E.Yu., Konstantinova, T. D. & Palennaia, Ia.K. (2022). The principle of sliding verification as a basis for identification of the essential criteria of the portfolio analysis. *Moscow University Economic Bulletin*, (2), 94–109. <https://doi.org/10.38050/01300105202225>.

Введение

Теория инвестиций в ходе своего развития преодолела несколько этапов своего развития. До 1952 г. такие экономисты, как И. Фишер (Фишер, 1930), Дж. М. Кейнс (Кейнс, 1936; 1937; 2007) и др., полагали, что размер инвестиций в полной мере определяется нормой дохода. Кардинально теория инвестиций изменилась после выхода работы Г. Марковица (Марковиц, 1952). Принципиальным отличием модели Марковица явилось определение нового критерия в теории принятия инвестиционных решений — уровня риска через уровень разброса доходностей от их ожидаемых значений. Дальнейшее развитие теории портфеля связано с работами У. Шарпа. Им была предложена так называемая однофакторная модель рынка капиталов, в которой формирование инвестиционного портфеля осуществляется на основе регрессионного анализа. Позднее Дж. Тобин предложил включить в анализ безрисковые активы, например, государственные облигации. Работы У. Шарпа (Шарп, 2016), Дж. Линтнера (Lintner, 1965), Я. Моссина (Mossin, 1966), открыли следующий этап в инвестиционной теории, связанный с так называемой моделью оценки капитальных активов, или CAPM (Capital Asset Price Model). Основным результатом CAPM явилось установление соотношения между доходностью и риском актива для равновесного рынка. Далее М. Милером (Miller, 1978), М. Шоулсом и Ф. Блэком была предложена модель опционов. Эта модель основывалась на возможности осуществления безрисковой сделки с одновременным использованием акции и выписанным на нее опционом.

Задача формирования широко дифференцированного инвестиционного портфеля в классической постановке предполагает проведение расчетов оценок ожидаемых доходностей, уровня риска, ковариаций и других статистических характеристик по историческим данным одинаковой длины для всего перечня исследуемых финансовых инструментов. Ставится задача сформировать оптимальный портфель из рассматриваемого набора ценных бумаг: обыкновенных акций, производных финансовых инструментов, инвестиционных фондов недвижимости REIT, биржевых инвестиционных фондов ETF, ценных бумаг с фиксированным доходом (привилегированных акций, облигаций и др.); денежных средств в определенной валюте с заданной процентной ставкой наращивания, биржевых товаров, таких, например, как золото, нефть и др. (Markovitz, 1952; Шарп, 2016; Tobin, 1965; Lintner, 1965; Merton, 1971; Гитман и Джонк, 1997; Ферри, 2013; Bernstein, 2001; Герцекович, 2008; Герцекович, 2019 и мн. др.).

Перечисленные выше активы представляют собой различные отрасли промышленности и финансов. Большинство известных технических индикаторов: скользящая средняя, графические модели, MACD, ADX и др. (Элдер, 2003; ЛеБо, Лукас, 1999), одинаково эффективны для широкого круга инструментов. Ключевым показателем, определяющим специфику различных рынков и их индивидуальность, является показатель, отражающий «время жизни» актива. Наиболее характерными инструментами, различающимися по перечисленным выше показателям, можно назвать следующие: мясо свиное, мясо говяжье, медь, пшеница, японская иена, опционы, фьючерсные или форвардные контракты и мн. др. Различия в их динамике обуславливают различие в таких параметрах, как порядок уравнения авторегрессии, число точек осреднения для вычисления скользящей средней (Гитман и Джонк, 1997; Герцекович, 2008). Указанные различия в параметрах перечисленных моделей и обуславливают вариабельность оптимальных длин обучения различных финансовых инструментов (Дамодоран, 2007). Предложенное динамическое формирование базы исторических данных на основе принципа скользящей верификации инвестиционного портфеля имеет несомненную практическую значимость, так как позволяет связать воедино идентификацию оптимального размера обучающей выборки и специфику соответствующего рынка.

Критики портфельной теории негативно высказываются в основном о двух ее базовых положениях (см. например: Roll, 1977; Siegel, 1992):

1. Принимаемые инвестиционные решения основываются на предположении о том, что значения доходности и риска, вычисленные по прошлым данным, могут являться основой для формирования инвестиционной политики в настоящий момент времени (Шарп, 2016). Несмотря на то, что в многочисленных исследованиях возможность успешного прогнозирования динамики финансовых инструментов подвергается сомнению, авторы настоящего сообщения полагают:

- а) Можно перечислить обширный класс примеров моделей, позволяющих с удовлетворительной для инвесторов-практиков эффективностью синтезировать прогнозы динамики финансовых инструментов, представляющих различные рынки с заблаговременностью от месяца до года (портфель победителя: (Дамодоран, 2007; DeBondt, Thaler, 1985; DeBondt, Thaler, 1987; Jegadeesh, 1990; Jegadeesh, Titman, 1993), стратегию «портфель победителя» У. Шарп (Шарп, 2016) называет эту модель *momentum investors* — импульсные инвесторы (инерционные инвесторы), способ Дж. О'Шаughnessи (O'Shaughnessy, 2005), ставки на результаты спортивных состязаний, способ выбора акций у Грэма (Грэм, 2018) и др.
- б) Указать ряд удачных примеров, демонстрирующих на независимом материале результативность портфельного анализа, как в учебных, так и в практических задачах.
- с) Даже если принять крайнюю точку зрения о полной невозможности предсказать динамику финансовых инструментов, то и в этом случае базовые принципы портфельного анализа помогут сформировать такой инвестиционный портфель, характеристики «непопулярности» которого (такие как: исключение из рассмотрения финансовых инструментов, которые в недалеком прошлом показали негативные инвестиционные результаты, диверсификация и др.) позволят инвестору с минимальными потерями «пережить» неблагоприятный период времени.

2. Оценка вариации доходностей осуществляется по общепринятой формуле, в то время как для инвестора неблагоприятными являются только те случаи, когда ожидаемые доходности превосходят реальные (Фабозци, 2000). Апробации инвесторов-практиков показали, что применение полудисперсии не только не повышает качество получаемых оценок уровня риска, но и в некоторых случаях оказывает негативное влияние (Bernstein, 2001).

Методология. Исходя из изложенного выше и опираясь на основы теории портфеля, предлагается процедура синтеза инвестиционного портфеля на переменной обучающей выборке в основу которой положен принцип скользящей верификации (Герцекович, Бабушкин, 2019).

Пусть исследуемый набор ценных бумаг задан соответствующими временными рядами *одинаковой длины*, представляющими собой реализации котировок соответствующих ценных бумаг. Другими словами, данные, которыми располагает инвестор, представляют собой двухмерный массив, число строк в котором равно числу рассматриваемых ценных бумаг — m , а число столбцов n — объем исторических данных, т.е. число временных интервалов (баров). Введем следующие обозначения: $D_R(i, j)$ — реализованная доходность i -й ценной бумаги, j — номер временного интер-

вала (бара), $D_A(i, \kappa)$ — ожидаемая (рассчитанная инвестором) доходность i -й ценной бумаги, κ — номер временного интервала (бара) для которого эта величина рассчитана (табл. 1).

Таблица 1

Исторические данные о доходностях m активов

Номер актива	Номер временного интервала						
	1	2	...	q_I	q_I+1	...	n
1	$D_R(1, 1)$	$D_R(1, 2)$	...	$D_R(1, q_I)$	$D_R(1, q_I+1)$	...	$D_R(1, n)$
2	$D_R(2, 1)$	$D_R(2, 2)$	...	$D_R(2, q_I)$	$D_R(2, q_I+1)$	...	$D_R(2, n)$
...	...	...	...	...	...	...	...
m	$D_R(m, 1)$	$D_R(m, 2)$	...	$D_R(m, q_I)$	$D_R(m, q_I+1)$	...	$D_R(m, n)$

Источник: составлено авторами.

Ожидаемым результатом диверсификации является оптимальный портфель, т.е. перечень ценных бумаг из первоначального набора и соответствующих весов, с которыми они входят в результирующий инвестиционный портфель.

Поскольку портфельные инвесторы при принятии инвестиционных решений опираются на два базовых параметра: ожидаемую доходность и уровень риска, теорию портфеля называют двухпараметрической моделью (two-parameter model). Именно поэтому для выполнения поставленной задачи необходимо по временным рядам доходностей соответствующих ценных бумаг, которыми располагает инвестор, оценить будущую доходность и уровень риска уникальный для каждой ценной бумаги в отдельности и для инвестиционного портфеля в целом.

По Г. Марковицу (Марковиц, 1952) риск инвестиций в определенный тип ценных бумаг определяется вероятностью отклонения реализованной доходности от ожидаемого значения. Предположим, что в течение некоторого ближайшего временного интервала существующие на рынке тенденции сохраняются, тогда прогнозируемое значение доходности можно определить на основе обработки исторических данных о динамике котировок этих активов в прошлом, таким образом, ожидаемая доходность — это результат, на который инвестор может рассчитывать в течение ближайшего временного интервала (например, один месяц). Месячный интервал — это достаточно удобный и широко распространенный в инвестиционной практике временной горизонт. Так, например, помесечными данными по ценам и дивидендам финансовых инструментов, брокерские фирмы присылают месячные отчеты (Брейли, Майерс, 2008; Ferri, 2013) и мн. др.

Тогда разность между ожиданиями инвестора и фактической доходностью анализируемого временного интервала по каждому из рассма-

триваемых активов в полной мере отразит качество выработанного прогноза.

Иными словами, если $D_R(i, j) - D_A(i, j) = 0$, то ожидания инвестора выполняются в точности, если же $D_R(i, j) - D_A(i, j) > 0$, то ожидания инвестора перевыполняются. И наоборот, если $D_R(i, j) - D_A(i, j) < 0$, то ожидания инвестора оказались завышенными, а реальная доходность меньше предполагаемой. Примем это количественное выражение за основу для формирования критерия оптимальности.

В свою очередь, ожидаемая доходность — это средняя, которую можно рассчитать по последним одному, двум, трем и т.д. предшествующим значениям доходности изучаемого актива или группы активов. Продолжая увеличивать число исторических данных для вычисления ожидаемой доходности от текущего момента времени в прошлое, инвестор по априори выбранному критерию качества получает возможность синтезировать оптимальную длину обучающей выборки (т.е. такое наиболее приемлемое число исторических данных, которые будут использоваться для вычисления ожидаемой доходности).

Для повышения качества вырабатываемых инвестиционных стратегий предлагается процедура, предназначенная для восстановления медленно изменяющихся во времени базовых критериев портфельного анализа: доходности и риска, учитывающая эффект «старения» информации. Впервые задача подбора оптимальной длины обучающей последовательности при выборе наилучшей эмпирической модели была сформулирована Г. И. Гершенгорном (Гершенгерн, 1977).

Для иллюстрации эффекта медленного изменения во времени базовых критериев портфельного анализа ожидаемой доходности D_R и риска R_S были использованы известные данные за 1926–1993 гг. (Шарп, 2016, 5). Сравнение производилось по принципу скользящей верификации (Герцкович, Бабушкин, 2019). С этой целью просчитывалась ожидаемая доходность и уровень риска за 1926–1974 гг. На графике (ось абсцисс) это временная точка «1975». Далее самые «старые» данные 1926 г. из рассмотрения исключались, а в анализ включались «свежие» данные 1975 г. (на графике временная точка «1976») и т.д. до 1993 г. включительно. По значениям ожидаемой доходности и риска рассчитывается отношение доходности к риску, которое наиболее информативно отражает те изменения, которые происходят на фондовом рынке США (рис. 1). Из рис. 1, по оси абсцисс которого откладывается время, а по оси ординат — отношение доходности к риску, следует, что начиная с середины 1970-х гг. инвестиционная привлекательность фондового рынка США практически неуклонно уменьшалась, тогда как в середине 1980-х гг. происходит достаточно уверенный разворот тенденции и начинается подъем, который продолжается до 1993 г. Достаточно высокая вариация критерия на рассматриваемом временном интервале свидетельствует о том, что критерий отношения ожидаемой

доходности к уровню риска не только информативен на достаточно высоком уровне, но и позволяет с достаточной для практических целей заблаговременностью предсказать угрозу наступления неблагоприятного в инвестиционном плане временного периода.

Для реализации алгоритма оптимизации величины обучающей выборки весь ряд доходностей в хронологическом порядке поделим на две непересекающиеся последовательности: обучающую — q_1 и проверочную — q_2 , тогда:

$$\begin{aligned} q_1 + q_2 &= n, \\ q_1, q_2 &> 0. \end{aligned}$$

По данным предшествующих доходностей, из подсистемы q_1 для каждого актива i , подбирается оптимальный интервал длины k , при котором по

$$D_R(i, t_{q_1-k}), D_R(i, t_{q_1-k+1}), \dots, D_R(i, t_{q_1}) \quad (1)$$

получаются наиболее точные прогнозы на

$$D_R(i, t_{q_1+1}), D_R(i, t_{q_1+2}), D_R(i, t_n). \quad (2)$$

Прогноз по данным проверочной последовательности осуществляется на основе принципа скользящей верификации.



Рис. 1. Дрейф отношения ожидаемой доходности к уровню риска

Источник: составлено авторами по материалам.

Данные (1) используются для «обучения» модели. Затем, по полученным критериям делается «экзамен» на данных (2). Алгоритм поиска оптимальной длины обучения инвестиционного портфеля с адаптацией базовых критериев работает следующим образом.

Пусть в обучающей последовательности будет $n_{об}$ наблюдений. По последним $n_{об}$ наблюдениям из q_1 рассчитывается ожидаемая доходность — $D_A(i, q_1 + 1)$. По найденной величине делается прогноз на следующую временную точку. $D_R(i, q_1 + 1)$ — это реальная доходность. Тогда $E_R(i, q_1 + 1)$ — ошибка прогноза:

$$E_R(i, q_1 + 1) = (D_R(i, q_1 + 1) - D_A(i, q_1 + 1)),$$

запоминается. Далее, первая временная точка из обучающей последовательности отбрасывается и добавляется первая точка из проверочной последовательности (на которой алгоритм скользящей верификации был испытан). Ожидаемая доходность пересчитывается по обновленным данным и т.д. Модель с заданным числом наблюдений на обучении $n_{об}$ последовательно испытывается на всех временных точках q_2 из проверочной последовательности.

Последовательно наращивая длину обучающей последовательности от 1 до q_1 , оптимальная длина обучающей последовательности ($n_{опт}$) для каждого i -го актива отыскивается по результатам значений следующих критериев:

1) Поиска минимума критерия $Kr(1)$:

$$Kr(1) = \min(S(n_{об})) = \sum_{j=q_{1+1}}^n (D_R(i, j) - D_A(i, j))^2.$$

Цель данного критерия — отыскать такую длину обучающей последовательности, при которой минимизируется средняя ошибка прогноза доходности (без учета знака ошибки).

2) Поиска максимума критерия $Kr(2)$:

$$S_1 = \sum_{j=q_{1+1}}^n (D_R(i, j) - D_A(i, j)), \text{ для случаев, когда } E_R(i, q_1 + 1) > 0.$$

$$S_2 = \sum_{j=q_{1+1}}^n (D_R(i, j) - D_A(i, j)), \text{ для случаев, когда } E_R(i, q_1 + 1) < 0.$$

Тогда критерий оптимальности $Kr(2)$ можно записать как:

$$Kr(2) = S_1 + S_2.$$

Цель критерия состоит в поиске такой (оптимальной) длины обучающей выборки, при которой достигает максимума сумма результатов благоприятных для инвестора прогнозов за вычетом результатов негативных результатов. Назовем его критерий оптимизма.

Последовательный сравнительный анализ эффективности модели осуществляется при ограничении на предельно допустимый уровень риска:

$$\sqrt{\frac{1}{q_2} \sum_{j=q_{1+1}}^n (D_R(i, j) - D_A(i, j))^2} \leq V, \quad (3)$$

где (3) — это стандартное отклонение результатов испытания модели с фиксированным число исторических данных на ее обучении, V — заданный инвестором, предельный уровень риска. Суть последнего неравенства состоит в том, чтобы исключить из рассмотрения те варианты

из числа рассмотренных, которые не отвечают поставленной задаче синтеза оптимального инвестиционного портфеля. Параллельный синтез оптимальных длин обучающей выборки по двум критериям обусловлен двумя причинами:

1. Критерий минимизации суммы квадрат ошибок не эффективен при исследовании временных рядов, в которых превалирует случайная составляющая (биржевые товары).
2. Анализ по двум критериям дает «панорамный» эффект, так как позволяет более обстоятельно изучить объект.

Выполнив идентификацию оптимальной длины обучения последовательно для каждого актива, из общего числа m , мы, вообще говоря, получаем одномерный массив, содержащий m элементов (m уникальных длин обучения для каждого исследуемого финансового актива) — $L(I: m)$.

Апробация. Предложенный метод синтеза оптимальной длины обучения был испытан на двух задачах, выбор которых обусловлен большим числом исторических данных:

Задача 1. Ценные бумаги. Данные о многолетней динамике фондового рынка США за 1926–1993 гг. (казначейские векселя ($Kв$), обыкновенные акции ($Ао$), долгосрочные государственные ($Ог$) и корпоративные облигации ($Ок$) а также данные о изменении индекса потребительских цен ($Ін$)) (Шарп, 2016). Для оценки оптимальной длины обучения данные за 1984–1993 гг. были выделены в проверочную последовательность. В табл. 2 приводятся ошибки прогноза $E_R(i, q_1 + 1)$, отражающие качество оценки ожидаемой доходности в зависимости от числа наблюдений (от 1 до 38 лет).

Таблица 2

**Поиск оптимальной длины обучения
для основных финансовых инструментов фондового рынка США
(критерий оптимизма)**

Длина обучающей выборки	$Kв$	$Ог$	$Ок$	$Ао$	$Ін$
1	–5,9	17,6	8,5	–12,5	–1,1
2	–9,4	1,4	–8,7	–19,4	–1,5
3	–13,6	1,9	–7,5	–10,1	–3,7
4	–16,6	4,6	–4,5	–14,4	–6,3
5	–18,8	10,1	1,3	–14,3	–9,6
6	–20,4	15,6	7,0	–12,5	–12,6
7	–21,4	19,2	10,8	–9,5	–15,0
8	–22,1	22,9	13,8	–7,9	–17,3
9	–22,4	28,2	17,9	–7,3	–19,5
10	–22,5	33,5	23,2	–3,4	–22,0
11	–22,4	38,0	27,8	3,1	–24,5
12	–21,7	44,7	34,7	8,7	–26,6

Длина обучающей выборки	$Kв$	$Oг$	$Oк$	$Aо$	$Iп$
13	–20,4	49,5	39,6	12,0	–27,9
14	–18,9	52,4	42,3	16,9	–28,5
15	–17,3	55,2	44,9	22,9	–28,6
16	–15,9	57,6	47,1	27,8	–28,4
17	–14,5	60,2	49,3	30,3	–28,0
18	–13,3	63,3	52,3	34,5	–27,6
19	–12,1	66,5	55,8	39,5	–26,9
20	–10,8	69,4	58,6	41,8	–25,8
21	–9,4	71,9	61,1	42,1	–24,4
22	–8,2	74,1	63,3	43,7	–23,0
23	–6,9	76,7	65,5	44,6	–21,7
24	–5,6	79,0	68,0	45,6	–20,3
25	–4,2	82,5	70,0	45,7	–18,8
26	–2,8	83,0	72,0	44,5	–17,3
27	–1,5	84,3	73,4	44,7	–16,0
28	–0,2	85,9	74,9	44,4	–14,7
29	2,3	88,8	77,6	42,6	–12,4
30	2,5	88,6	77,6	41,2	–12,2
31	3,7	89,7	78,7	39,9	–11,1
32	5,0	91,0	79,9	37,9	–10,0
33	6,1	92,3	81,3	36,1	–9,1
34	7,3	93,9	82,8	33,5	–8,5
35	8,4	95,2	84,1	30,8	–7,7
36	9,5	96,1	85,1	29,4	–7,0
37	10,6	97,3	86,4	27,5	–6,6
38	11,7	98,3	87,4	26,2	–6,5
Статистические показатели					
Стандартное отклонение (на q_2)	2,5	10,2	9,0	12,7	1,7
Оптимальная длина обучения — ($n_{об}$)	40	40	40	24	1
Ожидаемое превышение реальной годовой доходности при оптимальной длине обучения	1,2	9,8	8,7	4,6	–0,1
Соотношение числа удачных прогнозов к числу неудачных в точке экстремума	2,3	9	9	1	1

Источник: составлено авторами.

В табл. 2 и 3 стандартное отклонение и другие результаты статистической обработки приведены по данным проверочной последовательности. По долгосрочным государственным и корпоративным облигациям получены сравнимые по качеству прогнозы, что свидетельствует о том, что кор-

поративные облигации наравне с государственными можно использовать как одну из составляющих при формировании широко дифференцированного инвестиционного портфеля. Сравнительные оценки качества прогнозов соответствуют общепринятым представлениям специалистов. Так, например, соотношение числа удачных прогнозов к неудачным для обыкновенных акций значительно превосходит таковое для казначейских векселей и облигаций. При прогнозе изменения индекса потребительских цен оптимальная длина обучения оказалась равной минимально возможному значению, что свидетельствует о неоспоримом превосходстве так называемого инерционного прогноза (этот, уникальный результат получен и по критерию максимальной близости) (рис. 2). Для обыкновенных акций оптимальная длина обучающей выборки, синтезированная по критерию максимальной близости, так же оказалась близкой к результатам, представленным в табл. 2 (рис. 2). Оптимальные длины для казначейских векселей и облигаций достигаются на правой границе.

Задача 2. Биржевые товары. Данные за 1945–2017 гг. о динамике урожайности сельскохозяйственных культур в России (зерновые в целом (*Z*), сахарная свекла (*Ss*), овощи (*Ow*), картофель (*Kr*), подсолнечник (*Ps*)) (Инвестиции в России. 2017, 2017). По указанным данным для вышеперечисленных культур были рассчитаны приросты урожайности (в %). Для простоты изложения в дальнейшем будем называть их доходностями. Для оценки оптимальных длин обучения данные 1985–2017 гг. были выделены в проверочную последовательность. Результаты апробации процедуры поиска оптимальной длины обучения (соответствующие ошибки прогноза — $E_R(i, q_1 + 1)$) представлены в табл. 3.

Таблица 3

**Поиск оптимальной длины обучения для биржевых товаров
(критерий оптимизма)**

Длина обучающей выборки	<i>Z</i>	<i>Ss</i>	<i>Ps</i>	<i>Kr</i>	<i>Ow</i>
1	–9,0	–18,2	–27,9	19,5	8,9
2	5,0	–10,4	–18,9	15,9	9,3
3	6,2	–11,9	–13,2	16,2	10,2
4	0,2	–28,6	–18,3	10,7	7,8
5	5,5	–30,8	–17,8	11,4	6,6
6	3,3	–35,2	–15,8	12,8	6,5
7	9,5	–25,5	–9,8	19,3	8,8
8	8,3	–21,0	–6,3	21,8	8,9
9	8,6	–18,8	–3,8	22,4	8,9
10	4,5	–18,5	–1,4	24,6	10,2
11	4,4	–18,6	2,0	23,7	11,4
12	5,7	–14,5	5,1	26,5	13,5

Длина обучающей выборки	Z	S_s	P_s	K_r	O_w
13	4,0	−16,9	5,3	23,7	12,1
14	4,0	−16,3	6,3	23,2	12,3
15	3,8	−14,0	7,8	24,4	13,6
16	1,8	−12,2	10,2	24,8	14,1
17	2,6	−9,2	12,6	25,6	14,8
18	2,5	−6,4	15,0	26,5	16,1
19	3,5	−4,2	15,8	26,3	16,4
20	0,6	−4,0	15,8	25,8	16,4
21	−0,2	−2,9	17,3	25,3	16,9
22	−1,7	−5,2	15,9	23,4	15,9
23	−2,6	−4,6	16,0	22,1	15,8
24	−4,4	−5,3	15,5	21,3	15,8
25	−5,9	−4,8	14,1	20,3	15,3
26	−6,9	−5,8	11,5	19,6	14,3
Статистические показатели					
Стандартное отклонение (на q_2)	14,8	78,5	13,4	30,8	42,1
Оптимальная длина обучения ($n_{об}$)	7	21	21	18	21
Ожидаемое превышение реальной годовой доходности при оптимальной длине обучения	0,3	−0,1	0,5	0,8	0,5
Соотношение числа удачных прогнозов к числу неудачных в точке экстремума	1,1	0,9	0,9	1,0	1,3

Источник: составлено авторами.

В целом, на рассматриваемом временном интервале по биржевым товарам наилучшие по точности прогнозы получены по зерновым в целом и по овощам, наихудшие — по сахарной свекле — систематическое завышение прогноза. Последнее может быть обусловлено тем, что для этой культуры стандартное отклонение в несколько раз превосходит по величине другие культуры (Брейли, Майерс, 2008). По величине соотношения числа удачных прогнозов к неудачным, лидером являются овощи.

Рисунок 2 представляет собой визуализацию результатов синтеза оптимальных длин обучения для оценки ожидаемой доходности в модели Г. Марковица. На графике, кроме исходных сельскохозяйственных культур, отображены результаты усреднения результатов оптимизации. На графике по оси абсцисс откладывается величина обучающей выборки, а по оси ординат — величина критерия максимального оптимизма. На последнем из шести представленных графиков показаны результаты оптимизации по усредненным значениям критерия оптимальности для задачи 2. Смысл такого усреднения — демонстрация эффективности предлага-

емого подхода. А именно, сторонники классического подхода в задаче формирования инвестиционного портфеля могут воспользоваться полученным результатом следующим образом: для оценки ожидаемой доходности и уровня допустимого риска инвестору необходимо и достаточно использовать исторические данные за последние 19 лет.

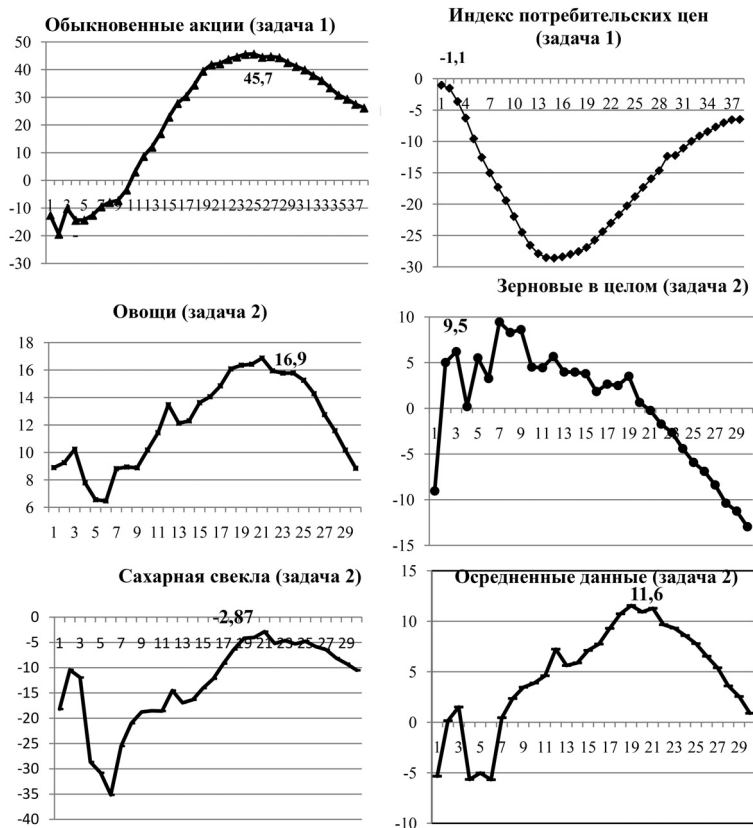


Рис. 2. Визуализация результатов поиска оптимальной длины обучения
Подписи на рисунках указывают оптимальное значение критерия оптимальности.
Источник: составлено авторами по материалам.

Для индекса изменения потребительских цен оптимум находится на левой границе. В общем случае, по окончании полного исследования по синтезу оптимальных величин обучения для достаточно широкого набора финансовых активов, инвестору в его дальнейшей практической деятельности при расчете базовых критериев портфельного анализа (ожидаемой доходности и уровня риска) рекомендуется использовать обучающие выборки различной, уникальной для каждого актива, длины. Правый край

этих выборок соответствует текущему моменту времени, тогда как левые края будут различаться.

В дальнейшем, в рамках ближайшего инвестиционного горизонта (принятого временного интервала или бара), найденные величины оптимальных длин обучения необходимо регулярно уточнять на основе вновь поступившей информации.

Список литературы

Брейли, Р., Майерс, С. (2008). *Принципы корпоративных финансов* М.: ЗАО «Олимп-Бизнес».

Герцекевич, Д. А., Бабушкин Р. В. (2019). Динамический портфельный анализ мировых фондовых индексов. *Мир экономики и управления*, Т. 19, № 4, 14–30. DOI 10.25205/2542-0429-2019-19-4-14-.

Герцекевич, Д. А. (2008). *Количественные методы анализа финансовых рынков* Иркутск: Изд-во Иркут. гос. ун-та.

Гершенгорн, Г. И. (1977). Пакет программ для построения эмпирических дифференциальных уравнений. *Долгосрочные прогнозы природных явлений*. Новосибирск : Наука.

Гитман, Л. Дж., Джонк, М. Д. (1997). *Основы инвестирования*. М.: Дело.

Грэм, Б. (2018). *Разумный инвестор: Полное руководство по стоимостному инвестированию*. М.: Альпина Паблишер.

Дамодоран, А. (2007). *Инвестиционная оценка: Инструменты и методы оценки любых активов*. М.: Альпина.

Инвестиции в России. 2017. Стат. сб. Росстат. М.

Кейнс, Дж.М. (2007). *Общая теория занятости, процента и денег. Избранное*. М.: Эксмо.

ЛеБо, Ч., Лукас, Д. В. (1999). *Компьютерный анализ фьючерсных рынков*. М.: Альпина.

Фабозци, Ф. Дж. (2000). *Управление инвестициями*. М.: ИНФРА-М.

Ферри, Р. (2013). *Все о распределении активов. Легкий способ начать свой путь*. М.: Издательство «Манн, Иванов и Фербер».

Шарп, У., Александер, Г., Бэйли, Дж. (2016). *Инвестиции*. М.: ИНФРА-М.

Элдер, А. (2003). *Как играть и выигрывать на бирже*. М.: Диаграмма.

Bernstein, U. (2001). *The Intelligent Asset Allocator. How to Build Your Portfolio to Maximize Returns and Minimize Risk*. The McGraw-Hill Companies, Inc.

DeBondt, W. F. M., Thaler, R. (1985). Does the stock market overreact? *Journal of Finance*, Vol. 40, 793–805.

DeBondt, W. F. M., Thaler, R. (1987). Further evidence on investor overreaction and stock market seasonality. *Journal of Finance*, Vol. 42, 557–581.

Jegadeesh, N. (1990). Evidence of Predictable Behavior of Security Returns. *Journal of Finance*, Vol. 45, № 3, 890–891.

Jegadeesh, N., Titman, S. (1993). Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency. *Journal of Finance*, Vol. 48, № 1, 65–91.

O'Shaughnessy, J. (2005). *What Works on Wall Street*. McGraw-Hill, XVI, 273–295.

Fisher, I. (1930). *The Theory of Interest*. The Macmillan Company, N. Y.

Gertsekovich, D., Grigorova, L., Peshkov, V. (2019). Return on investment in REIT real estate funds. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 667(1), № 012025.

- Keynes, J. M. (1936). *General Theory of Employment, Interest and Money*. Harcourt, Brace, N. Y.
- Keynes, J. M. (1937). General Theory of Employment. *Economic Journal*, Vol. 51, № 2.
- Lintner, J. (1965). The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *Review of Economics and Statistics*, 47, 1, 13–37.
- Markovitz, H. M. (1952). Portfolio selection. *J. of Finance*, Vol. 7, № 1, 77–91.
- Merton, R. C. (1971). Optimum consumption and portfolio rules in a continuous time model. *Journal of Economic Theory*, 3, 373–413.
- Miller, M. H. (1978). Dividends and Taxes, *Journal of Financial Economics*. M. Scholes, 6.
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in a Capital Asset Markets. *Econometrica*, Vol. 34, № 4, 768–783.
- Roll, R. A. (1977). Critique of the Asset Pricing Theory's Tests. Part 1. On Past and Potential Testability of the Theory. *Journal of Financial Economics*, 4, № 2 (March), 129–176.
- Siegel, J. J. (1992). The Equity Premium: Stock and Bond Returns Since 1802. *Financial Analysts Journal*, 48, № 1 (January/February), 28–38.
- Tobin, J., Hahn, F. H., Brechling, F. P. R. (1965). *The Theory of Portfolio Selection. Theory of Interest Rates*. London: MacMillan.

References

- Breyli, R., Mayers, C. (2008). *The principles of corporate finance*. M.: Company «Olimp — Buisness».
- Gercekovich, D. A., Babushkin R. V. (2019). Dynamic Portfolio Analysis of World Stock Indexes. *World of Economics and Management*, V. 19, № 4. 14–30. DOI 10.25205/2542-0429-2019-19-4-14-.
- Gercekovich, D. A. (2008). *Quantative methods of market analysis*. Irkutsk: Irkutsk state university publisher.
- Gershengorn, G. I. (1977). *A software package for constructing empirical differential equations. Longterm forecasts of natural phenomena*. Novosibirsk: Science.
- Gitman, L. Dj., Djonk, M. D. (1997). *The basis of investment*. M.: Delo.
- Gram, B. (2018). *Reasonable investor: The complete guide to value investing*. M.: Alpina Publisher.
- Damodaran, A. (2007). *Investment estimation: Tools and methods of estimation of any assets*. M.: Alpina.
- Investments in Russia* (2017). Statitics. Rosstat. M.
- Keins, Dj. M. (2007). *General theory of employment, interest and money. Favorites*. M.: Eksmo.
- LeBo, Ch., Lukas, D. V. (1999). *Computer analysis of futures markets*. M.: Alpina.
- Fabocci, F. J. (2000). *Investments management*. M.: INFRA-M.
- Ferri, R. (2013). *All about asset allocation. An easy way to start your journey*. M.: «Mann, Ivaniv, Ferber» Publisher.
- Sharp, U., Alexander, G., Beyli, J (2016). *Investments*. M.: INFRA-M.
- Elder, A. (2003). *How to play and win on markets*. M.: Diagramma.