ФИНАНСОВАЯ ЭКОНОМИКА

К. Г. Асатуров[1]**,**
Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики» (Москва, Россия)

ОПТИМИЗАЦИЯ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ С ДЕКОМПОЗИЦИЕЙ РИСКА

В работе была предложена модификация стандартной оптимизационной задачи для построения портфеля с возможностью контролировать систематический и специфический риск (портфель с декомпозицией риска). С помощью современных эконометрических моделей были оценены и спрогнозированы динамические альфа и бета акций из модели CAPM, которые затем использовались в портфельной оптимизации. В качестве данных применялись недельные цены закрытия 10 австралийских акций и индекса ASX в качестве рыночного портфеля в период с июля 2000 г. по июль 2016 г. В рамках рассматриваемой выборки с помощью построения рыночно нейтрального портфеля было выявлено отсутствие арбитража на австралийском рынке акций. Анализ показал, что портфели с декомпозицией риска превосходят портфель по Марковицу согласно различным показателям эффективности.

Ключевые слова: оптимизация портфеля, бета-нейтральность, декомпозиция инвестиционного риска.

PORTFOLIO OPTIMIZATION WITH RISK DECOMPOSITION

The paper offers the modification of traditional portfolio optimization approach to construct the portfolio with possibility to control both systematic and specific risk (portfolio with risk decomposition). Built on modern econometric tools, the author estimates and forecasts the dynamics of alphas and betas of stocks in the frame of CAPM model, *which are further applied for portfolio optimization. The closing weekly prices of 10 Australian stocks and ASX Index as the market index during the period from July 2000 to July 2016 were used. Within the sample there is no evidence of arbitrage on the Australian equity market employing neutral beta portfolio. The study confirms that portfolios with risk decomposition outperform Markowitz's one according to various performance indicators.*

Key words: portfolio optimization, beta-neutrality, investment risk decomposition.

[1] Асатуров Константин Гарриевич, аспирант экономического факультета; e-mail: kgasaturov@gmail.com

Введение

Традиционная портфельная задача инвестора в своем наиболее известном виде берет начало с работы Марковица [Markowitz, 1952], где впервые была предложена оптимизации на основе ожидаемых средних значений и дисперсий (MV, или mean-variance) случайных величин. В рамках предложенной задачи Марковиц ввел коэффициент неприятия риска портфеля, который определяет отношение инвестора к риску.

Впоследствии появилось много модификаций классического подхода Марковица. Целый ряд работ исследовал использование другой меры риска вместо стандартного отклонения: нисходящей дисперсии [Markowitz, 1959], суммы под риском VaR [Morgan, 1996], условного VaR или CVaR [Rockafellar, Uryasev, 2002]. Такое развитие этого направления было связано с тем, что показатель дисперсии как меры риска был неоднократно подвержен критике, так как распределение доходности портфеля зачастую асимметрично и имеет высокий коэффициент эксцесса [Bakshi et al., 2003].

Также большой пласт научных статей был посвящен теории динамической оптимизация портфеля [Samuelson, 1969; Merton, 1971]. В большинстве работ [Klaassen, 1998; Mulvey, Shetty, 2004] по динамической портфельной теории был сделан вывод, что в условиях меняющегося во времени уровня систематического риска и других рыночных метрик стандартные подходы для оптимизации портфеля теряют свою эффективность и уступают многопериодным моделям.

Исследователей также интересовал вопрос декомпозиции рисков. Еще [Sharpe, 1964] в рамках модели CAPM показал, что риск каждого актива можно разделить на систематический и специфический (или остаточный). Применительно к портфельной теории такое разделение риска портфеля на систематический, выраженный показателем бета, и специфический впервые было описано в работе [Jacobs et al., 1998]. В их задаче инвестор выбирает уровень бета и остаточного риска, который определяется дисперсией остатков в модели CAPM, и максимизирует свою полезность. Но в том подходе, который описали авторы, инвестор строго придерживается заданного уровня бета и остаточного риска, что сильно ограничивает его возможности инвестирования.

В качестве решения проблем классического подхода, связанных со статичной (одномоментной) портфельной оптимизацией и недостатками показателя дисперсии как меры риска, в данной работе предлагается оригинальная модификация стандартной задачи Марковица. Показанная ниже портфельная задача предполагает многопериодную оптимизацию инвестиционного портфеля и декомпозицию его риска, что позволяет контролировать как систематический, так и специфический риск.

Кроме того, в рамках предлагаемой оптимизационной задачи используются прогнозные оценки динамических бета (меры систематического риска) и альфа из модели CAPM, что отражает межвременную природу этих показателей. Нестационарность бета была неоднократно подтверждена для многих финансовых рынков [Kim, 1993; Faff et al., 1992]. В работе делается фокус именно на прикладном построении инвестиционных портфелей, а не анализе динамической структуры и детерминантов показателя альфа и бета (более подробно об этом можно прочитать в работах: [Асатуров, 2017; Marshall et al., 2009]). Для прогноза динамических альфа и бета в работе используется простая регрессия и три современных эконометрических метода.

Первый заключается в использовании фильтра Калмана для расчета динамических бета и альфа. В рамках модели CAPM [Fabozzi, Francis, 1978; Collins et al., 1987] одни из первых смоделировали бета как случайный коэффициент (random coefficient) — простейшая спецификация модели «состояние — наблюдение», которая была оценена с помощью фильтра Калмана. Позже метод стал усложняться и совершенствоваться. Так, бета стали моделировать как процесс случайного блуждания [Lie et al., 2000] и возвращения к среднему [Groenewold, Fraser, 1999], а позже и как смешанный процесс [He, Kryzanowski, 2008].

Второй, намного менее популярный, но и более современный подход — это полупараметрические модели. Один из типов этих моделей — это регрессия с гладкими (переменными) коэффициентами, предложенная [Hastie, Tibshirani, 1993]. Эту модель по своей конструкции удобно использовать в рамках рыночной модели, модели CAPM и трехфакторной модели [Fama, French, 1993]. Однако, несмотря на это, для расчета динамических бета она впервые была использована много лет спустя после изобретения применительно к рыночной модели [Eisenbeiss et al., 2007; Esteban, Orbe-Manadaluniz, 2010] и применительно к модели CAPM и трехфакторной модели [Li, Yang, 2011; Ang, Kristensen, 2012]. Так, анализируя немецкий фондовый рынок, [Eisenbeiss et al., 2007] пришли к выводу, что данный метод превосходит стандартный регрессионный подход.

Третий метод предложил в своей работе [Huang, 2000]. Он использовал модель с марковскими переключениями в рамках модели CAPM, которая предполагает, что бета принимает одно из значений в зависимости от двух возможных состояний рынка. В более поздней работе [Chen, Huang, 2007] использовали модель ICAPM с переключением режимов для оценки и анализа бета. Скрытая марковская модель (hidden Markov model) в двух вариантах (в синхронизации с рынком и без) была использована в работе [Mergner, Bulla, 2008]. Авторы взвешивали бета и альфа по вероятностям состояний для расчеты внутри- и вневыборочных оценок параметров.

Помимо этого, в данной статье предложен новый для литературы метод тестирования наличия арбитража на рынке с помощью построения рыночно нейтрального портфеля (с нулевой бета). Формирование бета-нейтрального портфеля имеет целью проверку гипотезы о наличии арбитража в рамках рассматриваемой выборки.

В данной работе предполагается использование фильтра Калмана, модели с гладкими (переменными) коэффициентами, модели с марковскими переключениями и простой регрессии (МНК) для оценки и прогноза динамических альфа и бета австралийских компаний. Выборка включает данные по 10 акциям австралийских компаний и австралийскому индексу ASX в качестве рыночного портфеля. Далее прогнозные альфа и бета из наилучшей модели используются для построения бета-нейтрального портфеля, портфелей с декомпозицией риска и портфеля по Марковицу с возможностью открытия коротких позиций. В исследовании тестируются две поставленные гипотезы.

Гипотезы

На основе анализа сформированных портфелей в работе тестируется две гипотезы:

H1: *бета-нейтральный портфель приносит доходность, не превышающую безрисковую;*

H2: *портфели с декомпозицией риска демонстрируют лучшие характеристики эффективности инвестирования, чем портфель по Марковицу с возможностью открытия коротких позиций.*

Первая гипотеза фактически проверяет, существует ли арбитраж на австралийском рынке акций в рамках рассматриваемой выборки. Подход для проверки данной гипотезы является новым и никогда ранее не использовался в литературе. В классических тестах на арбитраж строится многофакторная рыночная модель, как в работе [Fama, French, 1993], а затем тестируется статистическая значимость свободного коэффициента или показателя альфа. В случае если альфа положителен и значим, то делается вывод о наличии арбитража. В этих тестах недостатком является то, что требуется эмпирическая спецификация факторов для построения таких моделей [Fama, 1998]. Другими словами, обнаруженная значимость альфа может означать не наличие арбитража, а упущение другого важного фактора. Для австралийского рынка [Groenewold, 1997], используя модель APT, показал, что там выполняются слабая и средняя формы гипотезы эффективного рынка (EMH).

Предложенный в данной работе тест на арбитраж является более эффективным и точным ввиду того, что, во-первых, он не требует определения нужных факторов, а исходит из возможности извлечь прибыль без рыночного риска путем построения соответствующего инвестиционного портфеля. Во-вторых, используется не регрессия, как при традиционном подходе, а более современные эконометрические методы для прогноза показателя альфа, что делает нахождение арбитража на рынке акций более вероятным. И в-третьих, арбитраж тестируется на прогнозных данных, причем веса построенного для этой цели портфеля меняются каждую неделю для извлечения прибыли. Таким образом, данный подход более соответствует цели и понятию арбитража и приближен к реальности, нежели тест, основанный на определении значимости альфа в конкретной регрессии.

Вторая гипотеза является совершенно новой для литературы и никогда ранее не проверялась. Разделение рисков на систематический и специфический в рамках портфельной оптимизации уже было предложено в более ранних работах [Jacobs et al., 1998], однако использование динамических моделей прогнозирования альфа и бета, как и построение портфелей с декомпозицией риска в рамках предложенной ниже задачи, является абсолютно новаторским. Более того, применяемый в работе подход никогда ранее не тестировался в рамках эмпирического исследования, что делает данную работу особенно актуальной.

Данные

В качестве данных были взяты недельные цены закрытия 10 австралийских акций и австралийского фондового индекса ASX. Данные инструменты показаны в табл. 1. Используются бумаги австралийского фондового рынка ввиду того, что на нем представлены все крупнейшие мировые отрасли по классификации GICS, а по выбранным акциям имеются данные с достаточным количеством наблюдений для проведения такого исследования. Анализируются активы из разных отраслей в связи с тем, что их уровни систематического риска (показателя бета) сильно отличаются между собой, что требуется для построения бета-нейтрального портфеля и портфеля с декомпозицией риска. Кроме того, данные акции являются одними из наиболее ликвидных на австралийском рынке, и большая часть крупных локальных и международных брокеров разрешают проводить по этим бумагам маржинальные непокрытые сделки на покупку и продажу (открытие long и short позиций). Были использованы недельные данные с 1 июля 2000 г. по 31 декабря 2012 г. в качестве анализируемого периода (652 наблюдения) и с 1 января 2013 г. по 31 июля 2016 г. в качестве прогнозного периода (187 наблюдений). Для расчета избыточной доходности, показателей эффективности и риска построенных портфелей была использована доходность однолетних австралийских государственных облигаций за прогнозный период в качестве безрисковой доходности. Все данные были получены из базы данных Bloomberg.

Таблица 1

Используемая выборка

Название компании/индекса	*Блумбергтикер*	*Сектор*
Доходность однолетних государственных австралийских облигаций	GACGB1 Index	-
Австралийский фондовый индекс ASX	AS51 Index	-
BHP Billiton	BHP AU Equity	Материалы
Commonwealth Bank of Australia	CBA AU Equity	Финансы
Computershare	CPU AU Equity	Информационные технологии
Telstra	TLS AU Equity	Телекоммуникации
CSL	CSL AU Equity	Здравоохранение
Transurban Group	TCL AU Equity	Промышленный сектор
APA Group	APA AU Equity	Электроэнергетика
Woodside Petroleum	WPL AU Equity	Энергетика
Woolworths	WOW AU Equity	Товары массового потребления
Aristocrat Leisure	ALL AU Equity	Товары длительного пользования

Все данные были получены из базы данных Bloomberg. Доходности всех активов были рассчитаны как:

$$R_{i,t} = (\ln P_{i,t} - \ln P_{i,t-1}) \times 100\%, \qquad (1)$$

где $P_{i,t}$ — это цена актива i в момент времени t.

Методология

Для оценки динамических альфа и бета в работе используются три современных подхода: фильтр Калмана, полупараметрическая регрессия и модель с марковскими переключениями. На основе полупараметрической модели были получены три оценки альфа и бета в зависимости от вида ядерной функции: гауссовской, Епанечникова и равномерной. Таким образом, для каждого актива было получено шесть оценок альфа и бета (учитывая оценку, постоянные альфа и бета на основе метода МНК). Далее для каждого актива была выбрана наиболее подходящая модель исходя из точности вневыборочного (out-sample) прогноза. Отобрав наилучшие оценки альфа и бета для каждого актива, строятся бета-нейтральные портфели, портфель по Марковицу с возможностью открытия коротких позиций и портфели с декомпозицией риска. Весь анализ был проведен с помощью языка программирования R.

Классическая CAPM-модель

Модель CAPM предполагает оценку бета актива i с помощью следующей регрессии:

$$r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i r_{m,t} + \varepsilon_{i,t}, \varepsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_i^2), \tag{2}$$

где $r_{i,t}$ — это избыточная доходность актива i в момент времени t; $r_{m,t}$ — это избыточная доходность рыночного портфеля в момент времени t; $\varepsilon_{i,t}$ — это нормально распределенные остатки.

Вневыборочный прогноз бета на шаг вперед был рекурсивно получен с помощью скользящей регрессии.

Фильтр Калмана

Фильтр Калмана назван в честь Рудольфа Калмана [Kalman, 1960] и был впервые изобретен для описания системы, состояния которой изменчивы во времени. Фильтр Калмана является алгоритмом для оценивания линейной модели пространства состояний, которая предполагает систему из уравнений наблюдений и состояний. Так, модель CAPM представима в следующей форме:

$$r_{i,t} = \alpha_{i,t} + \beta_{i,t} * r_{m,t} + \varepsilon_{i,t}, \beta_{i,t} = \beta_{i,t-1} + \eta_{i,t}, \alpha_{i,t} = \alpha_{i,t-1} + u_{i,t}$$

$$\varepsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\varepsilon_i}^2), \eta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\eta_i}^2), u_{i,t} \sim N(0, \sigma_{u_i}^2). \tag{3}$$

Случайные ошибки $\varepsilon_{i,t}$, $\eta_{i,t}$ и $u_{i,t}$ независимы и нормально распределены. Согласно [Faff et al., 2000] случайное блуждание, или процесс AR (1), наилучшим образом описывает динамику бета, в связи с чем он и был выбран в качестве вида уравнений состояния.

Для описания оценивания такого рода модели перейдем к ее записи в традиционной форме:

$$\begin{cases} y_t = Z_t x_t + d_t + \omega_t \\ x_t = M_t x_{t-1} + c_t + S_t \upsilon_t \end{cases}$$

$$\omega_t \sim N(0, \sigma_\omega^2), \upsilon_t \sim N(0, Q_t). \tag{4}$$

Далее введем следующие обозначения: $b_{t|t-1} = E_{t-1}(x_t)$, $b_t = E_t(x_t)$ и $P_t = E_t[(b_t - x_t)(b_t - x_t)^T]$. Фильтр Калмана состоит из системы семи следующих рекурсивных уравнений:

$$\begin{cases} b_{t|t-1} = M_t b_{t-1} + c_t \\ P_{t|t-1} = M_t P_{t-1} M_t^T + S_t Q_t S_t^T \\ y_{t|t-1} = Z_t b_{t|t-1} + d_t \\ v_t = y_t - y_{t|t-1} \\ F_t = Z_t P_{t|t-1} Z_t^T + H_t \\ b_t = b_{t|t-1} + P_{t|t-1} Z_t^T F_t^{-1} v_t \\ P_t = (I_m - P_{t|t-1} Z_t^T F_t^{-1} Z_t) P_{t|t-1}. \end{cases} \tag{5}$$

Затем неизвестные параметры θ оцениваются с помощью логарифмической функции максимального правдоподобия, которая принимает следующий вид:

$$\ell = \ln L(\theta) = -\frac{T}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(\ln F_t + \frac{v_t^2}{F_t}\right), \tag{6}$$

где T — это количество наблюдений, а неизвестные параметры — это $\sigma^2_{\varepsilon_i}$, $\sigma^2_{\eta_i}$ и $\sigma^2_{u_i}$.

Полупараметрическая регрессия

Полупараметрические модели являются компромиссом между непараметрическими и параметрическими спецификациями и довольно популярным методом гибкого оценивания. В частности, такого рода модели удобно использовать, если неизвестно, как регрессоры, линейно входящие в модель, зависят от других переменных. Эта проблема относится и к модели CAPM, в рамках которой предполагается линейная зависимость доходности актива от параметров альфа и бета, но неизвестно, от чего зависят последние.

Существует много видов полупараметрических моделей, однако для целей исследования наиболее подходит модель с гладкими (переменными) коэффициентами, предложенная [Hastie, Tibshirani, 1993]. Применительно к модели CAPM она выглядит следующим образом:

$$r_{i,t} = \alpha_{i,t} + \beta_{i,t} * r_{m,t} + \varepsilon_{i,t}, \alpha_{i,t} = f_{1,i}(t/T), \beta_{i,t} = f_{2,i}(t/T),$$
$$\varepsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_i^2), \tag{7}$$

где T — это количество наблюдений. Вид функций $f_{1,i}(t/T)$ и $f_{2,i}(t/T)$ неизвестен, и плюс модели заключается в том, что не требуется оценивать их действительный вид. Однако предполагается, что альфа и бета неким образом зависят от времени. Обоснование этого предположения заключается в том, что так как альфа и бета ненаблюдаемые переменные, то сложно определить, какие факторы действительно влияют на их динамику, но справедливо рассуждение о том, что переменная времени с этими факторами должна быть связана. Так, в работах [Eisenbeiss et al., 2007; Esteban, Orbe-Manadaluniz, 2010] также делается предположение о функциональной зависимости параметров альфа и бета от фактора времени.

Непараметрические оценки альфа и бета коэффициентов в момент времени t рассчитываются путем минимизации следующей функции:

$$\min_{(\alpha_{i,t},\beta_{i,t})}\sum_{s=1}^{T}K_{t,s}^{h_i}(R_{i,s}-\alpha_{i,t}-\beta_{i,t}R_{m,s})^2,\ K_{t,s}^{h_i}=h_i^{-1}K\left(\frac{t-s}{Th_i}\right), \tag{8}$$

где $K(\cdot)$ — это ядерная функция; h_i — ширина окна, определяющая степень сглаживания. Ядерная функция определяет степень гладкости функций $f_{1,i}(t/T)$ и $f_{2,i}(t/T)$, а ширина окна отвечает за точность восстанавливаемой зависимости. Использовались три вида ядерной функции:

1) гауссовская: $$K\left(\frac{t-s}{Th_i}\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(\frac{1}{2}\left(\frac{t-s}{Th_i}\right)^2\right), \tag{9}$$

2) Епанечникова: $$K\left(\frac{t-s}{Th_i}\right)=\begin{cases}\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{t-s}{Th_i}\right)^2\right), & -1\le\left(\frac{t-s}{Th_i}\right)\le 1,\\ 0, & otherwise\end{cases} \tag{10}$$

3) равномерная: $$K\left(\frac{t-s}{Th_i}\right)=\begin{cases}\frac{1}{2}, & -1\le\left(\frac{t-s}{Th_i}\right)\le 1.\\ 0, & otherwise\end{cases} \tag{11}$$

Ширина окна была выбрана с помощью метода кросс-валидации на основе наименьших квадратов, который подробно описан в работе [Li, Racine, 2010]. Данный метод полностью диктуется вводимыми данными.

Таким образом, оценки альфа и бета рассчитываются как:

$$\begin{pmatrix}\hat{\alpha}_{i,t}\\ \hat{\beta}_{i,t}\end{pmatrix}=\left(\sum_{s=1}^{T}K_{t,s}^{h_i}X_sX_s^T\right)^{-1}\sum_{s=1}^{T}K_{t,s}^{h_i}X_sr_{i,s}, \tag{12}$$

где $X_s=(1\quad r_{m,t})$, а $r_{i,s}$ — это избыточная доходность актива i в момент времени s.

Для прогноза альфа и бета так же, как и в случае со стандартным регрессионным методом, была использована скользящая полупараметрическая регрессия.

Модель с марковскими переключениями

Данная модель относится к классу моделей с марковскими переключениями, представленных в работе [Hamilton, 1989]. Они характеризуются тем, что переключения между различными режимами следуют некой ненаблюдаемой переменной s_t, которая определяется из некого набора состояний (s_1, ..., s_m). Таким образом, модель принимает следующий вид:

$$r_{i,t} = \alpha_{i,s_t} + \beta_{i,s_t} * r_{m,t} + \varepsilon_{i,t}, \varepsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma^2_{i,s_t}). \qquad (13)$$

Так, параметры альфа и бета отбираются исходя из текущего состояния s_t. В каждый момент времени t переключение режимов определяется матрицей переходов. В модели с двумя возможными состояниями матрица переходных вероятностей будет выглядеть как:

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{pmatrix}. \qquad (14)$$

Однако, как мы говорили ранее, состояние s_t ненаблюдаемое, поэтому мы не можем точно сказать, что модель находилась в том или ином состоянии в момент времени t. Тем не менее мы можем оценить внутривыборочные и вневыборочные бета через так называемый алгоритм сглаживания, фильтрации и предсказания состояний (более подробно о методе написано в работе [Ephraim,Merhav, 2002]:

$$\begin{pmatrix} \alpha_{i,t} \\ \beta_{i,t} \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^{m} \beta_{i,j} * P(s_t = j \mid r_{i,1}, \ldots, r_{i,T}, r_{m,1}, \ldots, r_{m,T}), \qquad (15)$$

$$P(s_t = j \mid r_{i,1}, \ldots, r_{i,T}, r_{m,1}, \ldots, r_{m,T}) = \begin{cases} \dfrac{\alpha_t(j)\beta_t(j)}{L_T}, & for \;\; 1 \le t \le T \\ \dfrac{\alpha_t(j)\Gamma^{t-T}}{L_T}, & for \;\; T < t, \end{cases} \qquad (16)$$

где $\alpha_t(j)$ и $\beta_t(j)$ — это прямые и обратные вероятности из алгоритма «прямого-обратного» хода [Rabiner, 1989], а L_T — это значение функции максимального правдоподобия.

Таким образом, в момент времени $t \le T$ внутривыборочные бета и альфа представляют собой средневзвешенные по сглаженной вероятности альфа и бета состояний j. Что касается прогнозного периода ($T < t$), то значения вычисляются на основе матрицы переходов в предыдущий момент времени Γ^{t-T}. Это означает, что вневыборочные или прогнозные бета и альфа представляют собой средневзвешенные по вероятности предсказания значения альфа и бета состояний j. Такой же подход был использован в работе [Mergner, Bulla, 2008].

В этой модели используется только два состояния, т.е. в данном случае $j = 2$. [Shen, 1994] показал в своей работе, что два состояния хорошо описывают модель CAPM, а добавление большего количества состояний осложняет процесс оптимизации функции правдоподобия.

Выбор наилучшей модели

Все три метода, описанные выше, и МНК сравнивались для определения наилучшей модели для прогнозного периода. В качестве критерия был использован показатель вневыборочной среднеквадратической ошибки (MSE, или mean squared error). Таким образом, модель с минимальным значением MSE признавалась наилучшей для каждого актива.

Построение портфеля по Марковицу с короткими позициями

Сначала рассмотрим стандартную задачу оптимизации портфеля, описанную еще Марковицем в 1952 г. [Markowitz, 1952], однако будем использовать избыточную ожидаемую доходность. В рамках задачи инвестор оптимизирует следующую функцию полезности для определения весов n активов в своем портфеле:

$$\max U(w) = E(r_p) - \lambda * Var(r_p) \tag{17}$$

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(r_i) = w'\mu \tag{18}$$

$$Var(r_p) = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} w_i w_j = w'Cw, \tag{19}$$

где $w = [w_1, \dots, w_n]$ — вектор весов n активов в портфеле, λ отражает уровень неприятия общего риска инвестора, $\mu = [\mu_1, \dots, \mu_n]$ — вектор ожидаемых избыточных доходностей nактивов, C — вариационно-ковариационная матрица активов.

Однако для построения бета-нейтрального портфеля и расширения возможностей инвестора необходимо открытие коротких позиций. Построение портфеля с возможностью открытия коротких позиций в данной работе базируется на задаче, описанной в статье [Jacobs et al., 2005]. Сначала разделим веса в портфеле на веса длинных и коротких позиций: $w^L = [w_1^L, \dots, w_n^L]$, $w^S = [w_1^S, \dots, w_n^S]$ и $w = [w_1^L, \dots, w_n^L, w_1^S, \dots, w_n^S]$. Таким образом, чистая позиция в каждом активе определяется как $(w^L - w^S)$.

Тогда избыточная ожидаемая доходность портфеля описывается следующим образом:

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^{n} E(r_i) w_i + \sum_{i=n+1}^{2n} E(-r_{i-n}) w_i. \tag{20}$$

Первый компонент уравнения выше отражает открытые длинные позиции, а второй — открытые короткие позиции.

В работе [Jacobs et al., 2005] показано, что дисперсия такого портфеля рассчитывается следующим образом:

$$Var(r_p) = w' C^{LS} w = w' \begin{bmatrix} C & -C \\ -C & C \end{bmatrix} w, \tag{21}$$

где C — ковариационно-вариационная матрица активов для портфеля, состоящего только из длинных позиций.

Что касается начальной маржи, требуемой при открытии как длинных, так и коротких позиций, то зададим ее на уровне 50%. В большинстве случаев брокер требует меньше, но при установке маржи на таком высоком уровне характеристики портфеля, показанные ниже, не будут искусственно улучшены. Так, установим следующие ограничения на веса активов в портфеле:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 2,\ w_i \geq 0 \text{ для всех } i. \tag{22}$$

Вспомним, что с помощью описанных выше динамических моделей мы можем расписать ожидаемую доходность актива в момент времени t следующим образом:

$$E(r_{i,t+1|t}) = \alpha_{i.t+1} + \beta_{i.t+1} * E(r_{m,t+1|t}). \tag{23}$$

Таким образом, подставляя уравнение (23) в уравнение (20), можно выразить доходность портфеля в момент времени t как:

$$\begin{aligned} E(r_{p,t+1|t}) &= \sum_{i=1}^{n} \alpha_{i.t+1} w_{i,t+1} + \sum_{i=n+1}^{2n} (-\alpha_{i.t+1}) w_{i,t+1} + \\ &+ E(r_{m,t+1|t}) \left[\sum_{i=1}^{n} \beta_{i.t+1} * w_{i,t+1} + \sum_{i=n+1}^{2n} (-\beta_{i.t+1}) * w_{i,t+1} \right]. \end{aligned} \tag{24}$$

Для получения более реалистичного результата были добавлены линейные транзакционные издержки, которые являются комиссией брокера за совершение сделки. Так, с транзакционными издержками уравнение избыточной доходности портфеля выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} E(r_{p,t+1|t}) &= \sum_{i=1}^{n} \alpha_{i.t+1} w_{i,t+1} + \sum_{i=n+1}^{2n} (-\alpha_{i.t+1}) w_{i,t+1} + \\ &+ E(r_{m,t+1|t}) \left[\sum_{i=1}^{n} \beta_{i.t+1} * w_{i,t+1} + \sum_{i=n+1}^{2n} (-\beta_{i.t+1}) * w_{i,t+1} \right] \\ &- k \sum_{i=1}^{n} \left| (w_{i,t+1} - w_{i+n,t+1}) - (w_{i,t} - w_{i+n,t}) \right|, \end{aligned} \tag{25}$$

где параметр k — это комиссия, которая выплачивается от совершения каждой сделки. Она была принята на уровне 0,3% от ее суммы. Данный уровень отражает реалии и соответствует тем комиссиям, которые предлагают брокеры на австралийской бирже. Таким образом, на сумму изменения чистой позиции в каждом активе начисляется комиссия, которая снижает уровень доходности в период t.

Дисперсия такого портфеля в момент времени t выражается как:

$$Var(r_{p,t+1|t}) = w_{t+1}^{'} C_{t+1}^{LS} w_{t+1}. \tag{26}$$

Матрица C_{t+1}^{LS} прогнозировалась и рассчитывалась исходя из модели DCC-GARCH, предложенной [Engle, 2002].

Таким образом, задача построения портфеля с возможностью открытия коротких позиций преобразуется следующим образом:

$$\max U_{t+1|t}(w) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_{i.t+1} w_{i,t+1} + \sum_{i=n+1}^{2n} (-\alpha_{i.t+1}) w_{i,t+1} +$$

$$E(r_{m,t+1|t}) \left[\sum_{i=1}^{n} \beta_{i.t+1} * w_{i,t+1} + \sum_{i=n+1}^{2n} (-\beta_{i.t+1}) * w_{i,t+1} \right] - \lambda_1 * w_{t+1}^{'} C_{t+1}^{LS} w_{t+1} -$$

$$k \sum_{i=1}^{n} \left| (w_{i,t+1} - w_{i+n,t+1}) - (w_{i,t} - w_{i+n,t}) \right|$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 2 \tag{27}$$

$$w \geq 0.$$

Ожидаемая доходность рыночного индекса $E(r_{m,t+1|t})$ прогнозировалась из модели ARMA(p,q). Портфели, построенные исходя из указанной выше задачи, используются для сравнения с портфелями с декомпозицией риска.

Построение портфеля с декомпозицией риска

Однако предпочтения инвестора относительно риска могут не ограничиваться одним лишь коэффициентом λ_1. Так, можно разделить общий риск на систематический и остаточный. Систематический риск представляет собой бета, другими словами, ту часть портфеля, которая зависит от рыночных колебаний. В нашем случае бета портфеля в момент времени t равняется:

$$\beta_{p,t} = \sum_{i=1}^{n} \beta_{i.t} * w_{i,t} + \sum_{i=n+1}^{2n} (-\beta_{i.t}) * w_{i,t}. \tag{28}$$

Остаточный риск включает в себя все то, что не входит в систематический, и отражает специфические риски активов в портфеле. Математически остаточный риск (residual risk) можно выразить как:

$$\sigma_R^2 = Var(r_p - \alpha_{CAPM} - \beta_{CAPM} r_m), \tag{29}$$

где r_m — это избыточная доходность рыночного портфеля, r_p — это избыточная доходность построенного портфеля, α_{CAPM} – это альфа из модели CAPM, а β_{CAPM} — это бета из модели CAPM. Таким образом, остаточный риск — это дисперсия остатков в модели CAPM.

Для целей оптимизации определялся ряд остаточных доходностей $r_{R,t}$ исходя из выбранных весов для следующего периода w_{t+1}:

$$r_{R,t} = \left[\sum_{i=1}^{n} r_{i.t} w_{i,t+1} + \sum_{i=n+1}^{2n} (-r_{i.t}) w_{i,t+1}\right] - \alpha_{CAPM,t} - \beta_{CAPM,t}\ r_{m,t}. \tag{30}$$

Коэффициенты $\alpha_{CAPM,t}$ и $\beta_{CAPM,t}$ определялись в каждый момент времени t из регрессии доходности портфеля (на основе w_{t+1}) от рыночной доходности, построенной по наблюдаемым прошлым значениям.

Затем волатильность полученного ряда остаточной доходности прогнозировалась из одномерной GARCH-модели для периода t + 1 следующим образом:

$$\begin{cases} r_{R,t} = \mu_R + \varepsilon_{R,t} \\ \sigma_{R,t+1}^2 = c_R + a_R \varepsilon_{R,t}^2 + g_R \sigma_{R,t}^2 \end{cases}$$

$$\varepsilon_{R,t} \big| \Omega_{R,t-1} \sim N(0, \sigma_{R,t}). \tag{31}$$

Так, при определении весов для каждого следующего периода прогнозировался остаточный риск, как если бы во всех предыдущих периодах использовались именно эти веса. Такой подход предполагают и [Jacobs et al., 2005] в своей работе. Он отражает, на какой уровень специфического риска инвестору стоит рассчитывать исходя из выбранных весов.

Для формирования портфеля с декомпозицией риска общий риск разделяется на две составляющие, что позволяет контролировать оба вида риска для инвестора. Задача построения портфеля с декомпозицией риска выглядит следующим образом:

$$\max U_{t+1|t}(w) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_{i.t+1} w_{i,t+1} + \sum_{i=n+1}^{2n} (-\alpha_{i.t+1}) w_{i,t+1} +$$

$$E(r_{m,t+1|t}) \left[\sum_{i=1}^{n} \beta_{i.t+1} * w_{i,t+1} + \sum_{i=n+1}^{2n} (-\beta_{i.t+1}) * w_{i,t+1}\right] -$$

$$\lambda_2 * (\sum_{i=1}^{n} \beta_{i.t+1} * w_{i,t+1} + \sum_{i=n+1}^{2n} (-\beta_{i.t+1}) * w_{i,t+1})^2 - \lambda_3 * \sigma_{R,t+1}^2 -$$

$$k\sum_{i=1}^{n}\left|(w_{i,t+1}-w_{i+n,t+1})-(w_{i,t}-w_{i+n,t})\right|$$

$$\sum_{i=1}^{n}w_i=2 \tag{32}$$

$$w\geq 0,$$

где λ_2 — это коэффициент неприятия систематического риска инвестора, а λ_3 — это коэффициент неприятия остаточного риска.

Так как любое отклонение бета портфеля от нуля и в большую и меньшую сторону является нежелательным для инвестора, то используется квадрат этого компонента в уравнении функции полезности.

Построение бета-нейтрального портфеля

В случае бета-нейтрального портфеля необходимо, чтобы его бета всегда равнялась нулю. В нашем случае это условие должно выполняться в каждый момент времени *t*, и выглядит оно следующим образом:

$$\sum_{i=1}^{n}\beta_{i.t+1}*w_{i,t+1}+\sum_{i=n+1}^{2n}(-\beta_{i.t+1})*w_{i,t+1}=0. \tag{33}$$

Если подставить уравнение (33) в уравнение (25), то рассчитаем ожидаемую избыточную доходность портфеля как:

$$E(r_{p,t+1|t})=\sum_{i=1}^{n}\alpha_{i.t+1}w_{i,t+1}+\sum_{i=n+1}^{2n}(-\alpha_{i.t+1})w_{i,t+1}-$$

$$-k\sum_{i=1}^{n}\left|(w_{i,t+1}-w_{i+n,t+1})-(w_{i,t}-w_{i+n,t})\right|. \tag{34}$$

Таким образом, инвестор в каждый момент времени *t* решает следующую задачу для оптимизации бета-нейтрального портфеля и определяет веса активов для периода ($t+1$):

$$\max U_{t+1|t}(w)=\sum_{i=1}^{n}\alpha_{i.t+1}w_{i,t+1}+\sum_{i=n+1}^{2n}(-\alpha_{i.t+1})w_{i,t+1}-\lambda_3*\sigma^2_{R,t+1}-$$

$$k\sum_{i=1}^{n}\left|(w_{i,t+1}-w_{i+n,t+1})-(w_{i,t}-w_{i+n,t})\right|$$

$$\sum_{i=1}^{n}\beta_{i.t+1}*w_{i,t+1}+\sum_{i=n+1}^{2n}(-\beta_{i.t+1})*w_{i,t+1}=0$$

$$\sum_{i=1}^{n}w_i=2$$

$$w\geq 0. \tag{35}$$

В данном исследовании построение бета-нейтрального портфеля имеет своей целью проверку гипотезы 1.

Результаты

Выбор наилучшей модели

В табл. 2 показаны результаты сравнения моделей по вневыборочной MSE.

Таблица 2

Наилучшие модели для прогнозного периода

Модель	Количество активов, для которых модель является наилучшей
Фильтр Калмана	0 / 10
Полупараметрическая регрессия (гауссовская)	3 / 10
Полупараметрическая регрессия (Епанечникова)	2 / 10
Полупараметрическая регрессия (равномерная)	1 / 10
Модель с марковскими переключениями	3 / 10
МНК	1 / 10

Фильтр Калмана оказался наименее конкурентоспособным методом, не оказавшись оптимальным ни для одного актива. Модель с марковскими переключениями и полупараметрические регрессии стали наиболее эффективными в наибольшем числе случаев (для шести из 10 активов и для трех из 10 активов соответственно). МНК, или стандартный регрессионный метод, был наиболее точным только для одного актива.

В целом стоит сказать, что радикальным преимуществом не обладает ни один из предложенных инструментов. Таким образом, для определенного актива стоит использовать определенную модель, что и сделано в данной работе. Для построения инвестиционных портфелей для каждого актива используются прогнозные альфа и бета, полученные из наилучшей для него модели.

Бета-нейтральный портфель

Далее был построен бета-нейтральный портфель для проверки гипотезы H1. Такой портфель был построен с тем условием, что его прогнозная бета в каждый момент времени равна нулю.

В табл. 3 представлены характеристики бета-нейтральных портфелей с различными коэффициентами неприятия остаточного риска (2, 4, 8, 20 и 40).

Таблица 3

Характеристики бета-нейтральных портфелей

	Коэффициент неприятия остаточного риска (λ_3)				
	2	**4**	**8**	**20**	**40**
Фактическая доходность (%)	7,83%	7,51%	5,85%	3,33%	1,49%
Ожидаемая доходность (%)	6,00%	5,56%	4,46%	1,78%	–0,37%
Стандартное отклонение (%)	0,18%	0,18%	0,15%	0,11%	0,09%
Недельный VaR (%)	0,15%	0,14%	0,11%	0,08%	0,07%
Максимальная просадка (%)	0,99%	0,98%	0,88%	0,50%	0,44%
Коэффициент асимметрии	1,6	1,7	1,7	2,2	3,0
Коэффициент экцесса	8,3	8,9	10,4	10,4	15,7

Как видно из таблицы, ни один из портфелей не приносит существенной доходности. Фактическая доходность портфелей за весь временной период не сильно отличается от нулевой. Даже ожидаемая доходность, рассчитанная на основе ожидаемых, а не фактических данных и отражающая то, сколько бы принесла стратегия в случае идеального прогноза, не смогла превзойти ни рыночную доходность (19,6% за период с 1 января 2013 г. по 31 июля 2016 г.), ни безрисковую (8,4% за тот же период). Данные результаты подтверждают гипотезу H1 о том, что бета-нейтральный портфель не приносит доходность, превышающую безрисковую.

Портфель с декомпозицией риска

Затем были сформированы портфели с декомпозицией риска с возможностью контролировать как систематический, так и специфический риск. В табл. 4 показана фактическая доходность портфелей с декомпозицией риска. Таким образом, доходности этих портфелей изменяются в зависимости от коэффициента непринятия систематического риска λ_2 и коэффициента неприятия остаточного риска λ_3.

Как показано в таблице, инвестор может через оба показателя управлять доходностью портфеля. Видно, что при низком уровне неприятия обоих рисков портфель может принести существенную доходность и заметно превзойти доходность рыночного индекса и безрисковую доходность.

В табл. 5 представлены показатели стандартного отклонения и недельного VaR (Value-at-Risk) портфелей с декомпозицией риска.

Таблица 4

Фактическая доходность портфелей с декомпозицией риска, доходность австралийского индекса ASX и безрисковая доходность за период 01.01.2013–31.07.2016.

Фактическая доходность (%) за период 01.01.2013–31.07.2016		*Коэффициент неприятия систематического риска (λ_2)*				
		0.001	0.01	0.1	1	5
Коэффициент неприятия остаточного риска (λ_3)	0,05	137,4%	121,6%	104,8%	79,4%	57,3%
	0,2	116,2%	116,2%	100,9%	66,0%	52,0%
	0,3	91,1%	92,8%	85,2%	58,7%	42,1%
	0,4	61,3%	45,4%	47,0%	32,4%	20,2%
	0,5	40,9%	41,8%	26,6%	11,0%	6,6%
Индекс ASX	***19,6%***					
R_f	***8,4%***					

Таблица 5

Стандартное отклонение и VaR портфелей с декомпозицией риска

Стандартное отклонение (%)		*Коэффициент неприятия систематического риска (λ_2)*				
		0,001	0,01	0,1	1	5
Коэффициент неприятия остаточного риска (λ_3)	0,05	2,9%	2,7%	2,2%	1,7%	1,4%
	0,2	2,6%	2,5%	2,2%	1,5%	1,2%
	0,3	2,6%	2,4%	1,9%	1,5%	1,2%
	0,4	2,5%	2,1%	1,8%	1,3%	0,9%
	0,5	2,5%	2,2%	1,7%	1,0%	0,7%
Недельный VaR (%)		*Коэффициент неприятия систематического риска (λ_2)*				
		0,001	0,01	0,1	1	5
Коэффициент неприятия остаточного риска (λ_3)	0,05	3,6%	2,4%	2,4%	1,5%	1,3%
	0,2	2,7%	2,4%	2,1%	1,6%	1,1%
	0,3	2,8%	2,6%	1,7%	1,4%	1,2%
	0,4	2,5%	2,3%	1,9%	1,4%	0,9%
	0,5	2,5%	2,3%	1,7%	0,9%	0,6%

Показатели стандартного отклонения и VaR сокращаются вместе с увеличением коэффициентов неприятия систематического и специфических рисков, что говорит о том, что контролировать риск можно через оба параметра.

Далее для анализа эффективности подхода обратимся к коэффициентам типа «доходность/риск». Для этого в первую очередь был рассчитан классический коэффициент Шарпа. Однако он не отражает все характеристики портфеля, включая асимметрию и эксцесс. Поэтому также были использованы коэффициент Сортино (или потенциала роста) и коэффициент Омега [Keating, Shadwick, 2002]. Последний является более комплексным индикатором, так как использует для расчета функцию распределения портфеля, а не конкретные значения доходности и риска. В табл. 6 представлены коэффициенты Шарпа, Сортино и Омега для портфелей с декомпозицией риска.

Таблица 6

Коэффициенты Шарпа, Сортино и Омега портфелей с декомпозицией риска

Коэффициент Шарпа		*Коэффициент неприятия систематического риска* (λ_2)				
		0,001	0,01	0,1	1	5
Коэффициент неприятия остаточного риска (λ_3)	0,05	1,76	1,68	1,77	1,78	1,60
	0,2	1,64	1,77	1,75	1,61	1,59
	0,3	1,29	1,44	1,66	1,50	1,38
	0,4	0,92	0,79	1,00	0,91	0,83
	0,5	0,59	0,72	0,59	0,39	0,36
Коэффициент Сортино		*Коэффициент неприятия систематического риска* (λ_2)				
		0,001	0,01	0,1	1	5
Коэффициент неприятия остаточного риска (λ_3)	0,05	0,93	0,81	0,83	0,85	0,79
	0,2	0,88	0,87	0,83	0,76	0,78
	0,3	0,79	0,77	0,82	0,76	0,71
	0,4	0,70	0,64	0,66	0,61	0,55
	0,5	0,56	0,59	0,58	0,52	0,50
Коэффициент Омега		*Коэффициент неприятия систематического риска* (λ_2)				
		0,001	0,01	0,1	1	5
Коэффициент неприятия остаточного риска (λ_3)	0,05	2,28	2,46	2,65	2,81	2,60
	0,2	2,32	2,58	2,64	2,55	2,64
	0,3	1,96	2,22	2,63	2,49	2,40
	0,4	1,65	1,55	1,77	1,75	1,71
	0,5	1,40	1,51	1,42	1,27	1,26

Из таблицы видно, что четкая зависимость между коэффициентами и параметрами неприятия риска не наблюдается ни для одного портфельного индикатора. Кроме того, они определяют разные портфели как наиболее оптимальные. Согласно коэффициентам Шарпа и Омега, наиболее оптимальное соотношение «риск—доходность» предлагает портфель с $\lambda_2 = 1$ и $\lambda_3 = 0,05$. А коэффициент Сортино определяет портфель с $\lambda_2 = 0,001$ и $\lambda_3 = 0,05$ как наилучший.

В целом построенные портфели с декомпозицией риска демонстрируют вполне достойную альтернативу для инвесторов согласно предложенным доходностям и коэффициентам эффективности. Главный вывод, который можно сделать на основе этой части работы, заключается в том, что рассматриваемый подход предлагает большую гибкость для инвестора и позволяет ему эффективно контролировать оба типа рисков.

Сравнение портфеля с декомпозиций риска и портфеля, минимизирующего общий риск

В данной части работы представленный выше подход к оптимизации портфеля сравнивается с классическим подходом по Марковицу (с тем лишь исключением, что появляется возможность открывать короткие позиции), когда инвестор контролирует риск портфеля только через коэффициент неприятия общего риска.

Для корректного эмпирического сравнения подходов будем сравнивать специально построенные портфели, которые принесли приблизительно одинаковую доходность (50%) на австралийском рынке акций в прогнозный период с 1 января 2013 г. по 31 июля 2016 г. Следует учесть, что в случае традиционного подхода по Марковицу, минимизирующего только общий риск портфеля, решением такой задачи будет один-единственный вариант портфеля с конкретным уровнем неприятия общего риска (λ_1). В случае же подхода с учетом коэффициентов неприятия как систематического, так и специфического рисков таких вариантов будет целое множество в зависимости от выбора λ_2 и λ_3. Так, были сформированы портфели по прогнозным данным, чтобы их фактическая доходность оказалась около 50% за рассматриваемый период.

В табл. 7 сравниваются построенные таким образом портфели исходя из различных характеристик и коэффициентов. Отметим, что согласно конкретному значению показателя минимизирующего общий риск портфеля (портфеля по Марковицу с возможностью открытия коротких позиций) был выставлен ранг, определяющий его место среди всех сформированных портфелей. Так, для каждого показателя можно понять, насколько эффективен минимизирующий общий риск портфель.

Как показано в табл. 7, портфель, минимизирующий общий риск, не превосходит портфели с декомпозицией рисков ни для одного из анализируемых показателей. Другими словами, при практически такой же фактической доходности портфели с декомпозицией рисков предлагают варианты с лучшими характеристиками, в частности, с меньшим риском (как общим, так и специфическим и систематическим) и большими значениями коэффициентов Шарпа, потенциала роста и Омега. Данный вывод подтверждает гипотезу H2, хотя отметим, что она подтверждена для конкретного частного случая.

Таблица 7

Сравнение портфелей с декомпозицией рисков и портфеля, минимизирующего общий риск

Показатель	**Портфели с декомпозицией риска**								**Минимизирующий общий риск портфель**	**Ранг**
λ_1	-	-	-	-	-	-	-		*4,6*	-
λ_2	13	12	10	6	2	0,01	0,0025	0,0001	-	-
λ_3	0,005	0,01	0,05	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	-	-
Фактическая доходность (%)	49,79%	49,01%	49,69%	50,79%	48,63%	50,21%	49,76%	51,37%	*51,03%*	-
Стандартное отклонение (%)	1,20%	1,24%	1,21%	1,24%	1,36%	2,16%	2,29%	3,61%	1,49%	***6/9***
Специфический риск (%)	8,51%	8,78%	8,63%	8,78%	9,70%	15,53%	16,42%	24,43%	*10,46%*	***6/9***
Систематический риск (%)	–1,25%	–1,27%	–1,24%	–1,28%	–1,40%	0,35%	1,13%	8,55%	*2,09%*	***8/9***
CAPM бета портфеля	–0,092	–0,094	–0,091	–0,095	–0,103	0,026	0,084	0,631	*0,154*	***7/8***
Недельный VaR (%)	1,13%	1,17%	1,25%	1,28%	1,55%	2,54%	2,45%	5,04%	*1,65%*	***6/9***
Максимальная просадка (%)	6,59%	7,06%	7,12%	6,86%	7,06%	14,09%	13,23%	26,70%	*6,98%*	***3/9***
Коэффициент асимметрии	1,69	1,54	1,49	1,61	1,61	1,67	1,91	0,67	*1,05*	***8/9***
Коэффициент эксцесса	8,26	7,64	7,87	8,10	7,74	4,69	6,27	6,20	*6,22*	***7/9***
Коэффициент Шарпа	1,57	1,50	1,55	1,55	1,34	0,87	0,81	0,49	*1,24*	***6/9***
Коэффициент потенциала роста	0,76	0,73	0,73	0,75	0,70	0,68	0,68	0,50	*0,68*	***6/9***
Коэффициент Омега	2,62	2,48	2,57	2,59	2,28	1,60	1,59	1,30	*1,88*	***6/9***

Обратим внимание на тот факт, что при одновременном увеличении коэффициента неприятия специфического риска и уменьшении коэффициента неприятия систематического риска уровень специфического риска все равно растет. Это объясняется тем, что, уменьшая коэффициент неприятия систематического риска, бета портфеля увеличивается, и логично, что в результате этого вес длинных позиций портфеля вырастает. Это, в свою очередь, сопровождается тем, что портфель берет на себя больший специфический риск, даже несмотря на то что коэффициент неприятия специфического риска также растет.

В целом можно сделать вывод о том, что портфели с декомпозицией риска предлагают инвестору большую гибкость и несколько вариантов при таргетировании доходности в отличие от классического подхода, сконцентрированного лишь на одной мере риска. Это позволяет инвестору сделать свой выбор оптимального портфеля, исходя из своих предпочтений по конкретным типам рисков или по определенным портфельным метрикам. Более того, для примера выше было показано, что портфели с декомпозицией риска превосходят портфели, основанные на традиционном подходе, что позволяет инвесторам достичь более оптимальной аллокации своих средств.

Выводы

В работе была предложена модификация стандартной оптимизационной задачи инвестора для построения портфеля с возможностью контролировать как систематический, так и специфический риск (портфель с декомпозицией риска). С помощью современных эконометрических моделей были оценены и спрогнозированы динамические альфа и бета австралийских акций, а на их основе построены бета-нейтральный портфель, портфель по Марковицу с возможностью открытия коротких позиций и портфели с декомпозицией риска.

Было выявлено отсутствие арбитража на австралийском рынке акций с помощью построения бета-нейтрального портфеля. Кроме того, анализ показал, что портфели с декомпозицией риска превосходят портфель по Марковицу исходя из различных показателей эффективности инвестиционных стратегий.

Для практического использования предложенного алгоритма оптимизации портфеля рекомендуется применить его к контрольной выборке из соответствующих активов и построить соответствующие матрицы зависимостей основных портфельных индикаторов от коэффициентов неприятия систематического и специфического риска. На основе этих данных управляющая компания может предложить инвестору несколько вариантов λ_2 и λ_3, которые будут отвечать его предпочтениям по рискам, доходности или другим портфельным метрикам.

Представленная методология может быть полезной в работе риск-менеджеров, трейдеров и портфельных управляющих. Так, показанная в исследовании оптимизационная задача инвестора позволяет контролировать систематический и специфический риск портфеля в отличие от стандартного подхода Марковица. Задача построения бета-нейтрального портфеля и портфелей с декомпозицией риска может быть интересна хедж-фондам, которые специализируются на long-short и арбитражных стратегиях.

Список литературы

1. *Асатуров К. Г.* Детерминанты систематического риска: анализ на основе российского фондового рынка // Финансы и кредит. — 2017. — Т. 23. —№ 23. — С. 1343–1363.
2. *Ang A.*, *Kristensen D.* Testing Conditional Factor Models // Journal of Financial Economics. — 2012. — Vol. 106. — P. 132–156.
3. *Bakshi G.*, *Kapadia N.*, *Madan D.* Stock Return Characteristics, Skew Laws, and the Differential Pricing of Individual Equity Options // Review of Financial Studies. — 2003. — Vol. 16. — No. 1. — P. 101–143.
4. *Chen S.*-W., *Huang N. C.* Estimates of the ICAPM with Regime-Switching Betas: Evidence from Four Pacific Rim Economies // Applied Financial Economics. — 2007. — Vol. 17. — P. 313–327.
5. *Collins D. W.*, *Ledolter J.*, *Rayburn J.* Some Further Evidenceon the Stochastic Properties of Systematic risk // Journal of Business. — 1987. — Vol. 60. — No. 3. — P. 425–448.
6. *Eisenbeiss M.*, *Kauermann G.*, *Semmler W.* Estimating Beta-Coefficients of German Stock Data: A Non-Parametric Approach // The European Journal of Finance. — 2007. — Vol. 13. — No. 6. — P. 503–522.
7. *Ephraim Y.*, *Merhav N.* Hidden Markov Processes // IEEE Transactions on Information Theory. — 2002. — Vol. 48. — No. 6. — P. 1518–1569.
8. *Esteban M. V.*, *Orbe-Manadaluniz S.* A Nonparametric Approach for Estimating Betas: the Smoothed Rolling Estimator // Applied Economics. — 2010. — Vol. 42. — P. 1269–1279.
9. *Fabozzi F.*, *Francis J.* Beta as a Random Coefficient // Journal of Financial and Quantative Analysis. — 1978. — Vol. 13. — P. 101–116.
10. *Faff R. W.*, *Lee J. H. H.*, *Fry T. R. L.* Time stationarity of systematic risk: Some Australian evidence // Journal of Business and Accounting. — 1992. — Vol. 19. — No. 2. — P. 253–270.
11. *Faff R. W.*, *Hillier D.*, *Hillier J.* Time-Varying Beta Risk: An Analysis of Alternative Modeling Techniques // Journal of Business Finance and Accounting. — 2000. — Vol. 27. — P. 523–554.
12. *Fama E. F.* Market Efficiency, Long-Term Returns, and Behavioral Finance // Journal of Financial Economics. — 1998. — Vol. 49. — P. 283–306.
13. *Fama E. F.*, *French K. R.* Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds // Journal of Financial Economics. — 1993. — Vol. 33. — No. 1. — P. 3–56.

14. *Groenewold N.* Share Market Efficiency: Tests Using Daily Data for Australia and New Zealand // Applied Financial Economics. — 1997. — Vol. 7. — P. 645–657.
15. *Groenewold N.*, *Fraser P.* Time-Varying Estimates of CAPM Betas // Mathematics and Computers in Simulations. — 1999. — Vol. 48. — P. 531–539.
16. *Hamilton J. D.* A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle // Econometrica. — 1989. — Vol. 57. — No. 2. — P. 357–384.
17. *Hastie T.*, *Tibshirani R.* Varying-Coefficient Models // Journal of the Royal Statistic Society, Series B (Methodology). — 1993. — Vol. 55. — No. 4. — P. 757–796.
18. *He Z.*, *Kryzanowski L.* Dynamic Betas for Canadian Sector Portfolios // International Review of Financial Analysis.– 2008. — Vol. 17. — P. 1110–1122.
19. *Huang R. H. C.* Tests of Regime-Switching CAPM // Applied Financial Economics. — 2000. — Vol. 10. — P. 573–578.
20. *Jacobs B. L.*, *Levy K. N.*, *Markowitz H. M.* Portfolio Optimization with Factors, Scenarios, and Realistic Short Positions // Operations Research. — 2005. — Vol. 53. — No. 4. — P. 586–599.
21. *Jacobs B. L.*, *Levy K. N.*, *Starter D.* On the Optimality of Long-Short Strategies // Financial Analysts Journal. — 1998. — Vol. 54. — No. 2. — P. 40–51.
22. *Kalman R. E.* A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems // Journal of Basic Engineering. — 1960. — Vol. 82. — No. 1. — P. 35–45.
23. *Keating C.*, *Shadwick W. F.* A Universal Performance Measure. — UK: The Finance Development Centre Limited, 2002. — P. 1–33.
24. *Kim D.* The Extent of Nonstationarity of Beta // Review of Quantitative Finance and Accounting. — 1993. — Vol. 3. — P. 241–254.
25. *Klaassen P.* Financial Asset Pricing Theory and Stochastic Programming Models for Asset / Liability Management: A Synthesis // Management Science. — 1998. — Vol. 44. — P. 31–48.
26. *Li Q.*, *Racine J. S.* Smooth Varying-Coefficient Estimation and Inference for Qualitative and Quantitative Data // Econometric Theory. — 2010. — Vol. 26. — P. 1607–1637.
27. *Li Y.*, *Yang L.* Testing Conditional Factor Models: A Nonparametric Approach // Journal of Empirical Finance. — 2011. — Vol. 18. — P. 972–992.
28. *Lie F.*, *Brooks R.*, *Fama R.* Modelling the Equity Beta Risk of Australian Financial Sector Companies // Australian Economic Papers. — 2000. — Vol. 39. — P. 301–311.
29. *Markowitz H. M.* Portfolio Selection // Journal of Finance. — 1952. — Vol. 12. — P. 77–91.
30. *Markowitz H. M.* Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. — New York: John Wiley and Sons, 1959.
31. *Marshall A.*, *Maulana T.*, *Tang L.* The Estimation and Determinants of Emerging Market Country Risk and the Dynamic Conditional GARCH Model // International Review of Financial Analysis. — 2009. — Vol. 18. — No. 5. — P. 250–259.
32. *Mergner S.*, *Bulla J.* Time-Varying Beta Risk of Pan-European Industry Portfolios: A Comparison of Alternative Modeling Techniques // European Journal of Finance. — 2008. — Vol. 14. — No. 8. — P. 771–802.

33. *Merton R. C.* Optimum Consumption and Portfolio Rules in a Continuous Time Model // Journal of Economic Theory. — 1971. — Vol. 3. — No. 4. — P. 373–413.
34. *Morgan J. P.* RiskMetrics (TM): Technical Document (4th ed). — New York: Morgan Guaranty Trust Company, 1996.
35. *Mulvey J.*, *Shetty B.* Financial Planning via Multi-Stage Stochastic Optimization // Computers & Operations Research. — 2004. — Vol. 31. — No. 1. — P. 1–20.
36. *Rabiner L.* A Tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition // IEEE Transactions on Information Theory. — 1989. — Vol. 77. — No. 2. — P. 257–284.
37. *Rockafellar R. T.*, *Uryasev S.* Optimization of Conditional Value-at-Risk // Journal of Risk. — 2000. — Vol. 2. — P. 21–42.
38. *Samuelson P.* Lifetime Portfolio Selection by Dynamic Stochastic Programming // Review of Economic Statistics. — 1969. — Vol. 51. — No. 3. — P. 239–246.
39. *Sharpe W. F.* Capital Asset Prices: a Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk // Journal of Finance. — 1964. — Vol. 45. — P. 425–442.
40. *Shen C. H.* Testing Efficiency of the Taiwan-US Forward Exchange Market — a Markov Switching Model // Asian Economic Journal. — 1994. — Vol. 8. — P. 205–215.

The List of References in Cyrillic Transliterated into Latin Alphabet

41. *Asaturov K. G.* Determinanty sistematicheskogo riska: analiz na osnove rossijskogo fondovogo rynka // Finansy i kredit. — 2017. — T. 23. — № 23. — S. 1343–1363.